

CONSEJO NACIONAL DE RECTORES

**Estudio Técnico de Sostenibilidad para la
Universidad Nacional**

Coordinador del Proyecto: Mario Villalobos

Actuario Encargado: Juan J. Víquez

Asistentes: Luis Alfredo Mendoza

Jorge Aurelio Víquez

Jorge Loría

Alexander Campos

Marzo 2017

(Con corte al 31 de diciembre del 2015)

Índice general

0.1. Resumen Ejecutivo	5
0.2. Introducción	7
I Análisis de Cuentas en Estados Financieros	11
0.3. Cuentas de Ingresos	14
0.3.1. Ingresos Tributarios	14
0.3.2. Ingresos No Tributarios	15
0.3.3. Transferencias Corrientes	17
0.3.4. Ingresos de Capital	19
0.3.5. Transferencias de Capital Gobierno Central	19
0.3.6. Financiamiento	20
0.3.7. Porcentaje Cuentas Ruido Vs Ingresos Totales	21
0.4. Cuentas de Egresos	22
0.4.1. Cuentas Asociadas a “Laboral”	22
0.4.2. Servicios	36
0.4.3. Materiales y Suministros	45
0.4.4. Intereses y Comisiones / Amortización	47
0.4.5. Activos Financieros	49
0.4.6. Bienes Duraderos	49
0.4.7. Transferencias Corrientes	50
0.4.8. Porcentaje Cuentas Ruido Vs Gastos Totales	53
II Proyecciones Demográficas y Financieras	55
0.5. Proyecciones Demográficas	57
0.5.1. Población de Administrativos Vs Académicos	57
0.5.2. Población de Edad Mayor a 50 Años	58
0.6. Proyecciones Financieras	60
0.6.1. Gastos Administrativos Vs Académicos	60
0.6.2. Gasto en Personas Mayores a 50 Años	62
0.6.3. Ingresos y Gastos	64
0.6.4. FEES de Equilibrio	65

III	Conclusiones y Recomendaciones	69
IV	ANEXO: Modelación Matemática	77
0.7.	Regresiones Lineales	79
0.7.1.	Cuentas Lineales	79
0.7.2.	Cuentas “Ruido”	79
0.7.3.	Ejemplos	80
0.7.4.	Simulación de Montecarlo Series Lineales y Ruido - Algoritmo	82
0.8.	Modelo de Cadenas de Markov	82
0.8.1.	Preliminares	82
0.8.2.	Definición de los Estados	83
0.8.3.	Cadena de Markov	84
0.8.4.	Distribución de (X_n, Y_n, Z_n)	87
0.8.5.	Distribución de las Características	89
0.8.6.	Ajuste de Probabilidades	89
0.8.7.	Simulación de Montecarlo	92
0.8.8.	Calculo de Gastos por Remuneraciones	95
0.9.	Escenario Alto, Medio y Bajo: Rangos de Sostenibilidad	96

0.1. Resumen Ejecutivo

En este estudio actuarial se pretende brindar un nivel de FEES de equilibrio para los próximos 25 años, dando así una luz a la Universidad Nacional sobre los montos de FEES que debe buscar negociar, y en caso de ser valores imposibles para el gobierno (dada la situación fiscal actual), entonces saber que debe reducir sus gastos o buscar fuentes de financiamiento propias (préstamos, fideicomisos, aumentar ingresos por servicios, entre otros).

Para el próximo cuarto de siglo, la Universidad Nacional deberá buscar acceder a la siguiente lista de FEES por año si desea mantener su estructura de gastos/ingresos propios, y sabiendo que no utilizará más del 85 % del FEES recibido, en gastos laborales.

Año	FEES de Equilibrio Nominal (Millones de Colones)	FEES de Equilibrio Real (Millones de Colones del 2017)
2016	87876	91285
2017	97851	97850
2018	108864	104797
2019	121021	112149
2020	134573	120049
2021	149278	128193
2022	165459	136782
2023	182834	145500
2024	202299	154978
2025	223819	165059
2026	246997	175349
2027	272485	186218
2028	300393	197623
2029	330759	209473
2030	364526	222235
2031	401182	235447
2032	440840	249058
2033	483408	262907
2034	529540	277240
2035	579683	292156
2036	633127	307173
2037	691057	322756
2038	753418	338739
2039	820334	355048
2040	893160	372129

Entre los hallazgos del estudio, se encuentra que la UNA posee una estructura financiera insostenible en el largo plazo, producto de dos factores:

- Elevado crecimiento de los administrativos durante el periodo de estudio.
- Concentración de personas mayores a 50 años, quienes devengan elevados salarios (son quienes gozan de los pluses salariales más altos).

Ambas situaciones representan el corazón del problema de sostenibilidad actuarial de la UNA. Se hace énfasis en que se efectuó un test para validar la hipótesis general de que, modificando los pluses salariales se podría revertir la situación de insostenibilidad existente, y se llegó a la indudable conclusión de que dicha medida **no** posee un impacto relevante para la crisis financiera futura de esta universidad. El problema que posee la UNA es estructural, posiblemente promovido por la necesidad de ejecutar el presupuesto en su totalidad, especialmente en después del 2004, momento en que se hace realidad el aumento en el financiamiento educativo al 7% del PIB, y que pudo motivar una contratación en cierta forma desenfrenada.¹ Por otra parte, la diferencia entre el salario recibido como empleado de la UNA y el que se recibiría como jubilado del IVM o del de REPARTO, son suficientemente grandes como para desincentivar el uso del derecho de jubilación, prolongándolo hasta donde sea posible, en detrimento de las finanzas de la institución. Nótese que en este documento se demostró que los pluses salariales no son el principal problema a atacar, pero esto **no significa** que los mismos no sean un problema financiero para la institución **ni tampoco significa** que sean un problema, en otras palabras, **el presente estudio actuarial no concluye sobre la naturaleza sostenible o insostenible de los pluses salariales dentro de esta universidad**. Empero, nótese que los pluses salariales, especialmente las anualidades sin tope, son factores que favorecen el gran salario que reciben aquellas personas mayores a 50 años, siendo indirectamente responsables del desincentivo a la jubilación.

Se proponen las siguientes acciones para enfrentar esta situación:

- Mejorar los sistemas de las bases de datos para poder realizar un estudio formal de contratación, y crear de este modo, parámetros de contratación que eviten la creación de puestos administrativos innecesarios, así como promover la reubicación de aquellos trabajadores que estén siendo actualmente subutilizados o empleados en tareas innecesarias.
- Considerar la creación de un complemento de pensión con recursos propios, vía cotización empleado/patrón o vía fondo de reserva solidaria, en donde se incentive la jubilación de aquellas personas afiliadas a los regímenes de Reparto (JUPEMA) e IVM (CCSS), así como modificar aquellos factores salariales que promueven la permanencia dentro del sistema universitario.
- Fomentar la movilidad laboral, capacitando y especializando a los trabajadores de puestos bajos, buscando convertirlos en empleados más productivos (acorde con las anualidades que reciben).
- Iniciar cambios en los “fondos de cesantía”, evitando que sigan perdiendo valor real al repartir los intereses cada año, ayudando así a eliminar gastos innecesarios de la universidad.

¹Esto es una hipótesis no comprobada, pero que podría explicar lo evidenciado en los datos.

0.2. Introducción

Costa Rica era el único país latinoamericano que durante la década de 1930 no contaba con un institución de enseñanza superior (véase [13]). En 1941, durante la presidencia de Rafael Ángel Calderón Guardia y con Luis Demetrio Tinoco como ministro de educación, se crea la Universidad de Costa Rica con la misión de formar profesionales capaces de afrontar los retos que la sociedad costarricense enfrentaría para lograr mejoras sociales y económicas. Posteriormente y con el objetivo también fijado en el progreso del país, se crearon (en orden respectivo cronológico): el Instituto Tecnológico de Costa Rica, la Universidad Nacional y la Universidad Estatal a Distancia.

Una de las necesidades fundamentales de las universidades públicas son los fondos que permiten su funcionamiento. Respecto a este punto, la Constitución Política establece lo siguiente:

- **ARTÍCULO 78:** *La educación preescolar y la general básica son obligatorias. Estas y la educación diversificada en el sistema público son gratuitas y costeadas por la Nación. En la educación estatal, incluida la superior, el gasto público no será inferior al seis por ciento (6%) anual del producto interno bruto, de acuerdo con la ley, sin perjuicio de lo establecido en los artículos 84 y 85 de esta Constitución. El Estado facilitará la prosecución de estudios superiores a quienes carezcan de recursos pecuniarios. La adjudicación de las becas y los auxilios estará a cargo del Ministerio del ramo*

- **ARTÍCULO 84:** *La Universidad de Costa Rica es una institución de cultura superior que goza de independencia para el desempeño de sus funciones y de plena capacidad jurídica para adquirir derechos y contraer obligaciones, así como para darse su organización y gobierno propios. Las demás instituciones de educación superior universitaria del Estado tendrán la misma independencia funcional e igual capacidad jurídica que la Universidad de Costa Rica. El Estado las dotará de patrimonio propio y colaborará en su financiación.*

- **ARTÍCULO 85:** *El Estado dotará de patrimonio propio a la Universidad de Costa Rica, al Instituto Tecnológico de Costa Rica, a la Universidad Nacional y a la Universidad Estatal a Distancia y les creará rentas propias, independientemente de las originadas en estas instituciones. Además, mantendrá - con las rentas actuales y con otras que sean necesarias - un fondo especial para el Financiamiento de la Educación Superior Estatal.*

A partir de 1988, rigiéndose bajo los artículos constitucionales anteriormente citados, se empieza a negociar los montos del Fondo Especial para la Educación Superior (FEES), con los cuales el gobierno financiará la educación superior. En 1997 se modifica el Artículo 78 de la Constitución, y se llega a un nivel del 7% del Producto Interno Bruto (PIB) para inversión pública en educación. Se tardó casi una década en alcanzar esos niveles de inversión. En 2010 se modificó otra vez, para llegar al nivel del 8% del PIB, posicionando a Costa Rica como la segunda nación de América Latina, después de Cuba, en dedicar el mayor porcentaje de inversión pública a la educación.

Históricamente el Consejo Nacional de Rectores (CONARE) ha distribuido el FEES de la siguiente manera:

- 57,79 % para la Universidad de Costa Rica (UCR).
- 23,40 % para la Universidad Nacional (UNA).
- 11,30 % para el Instituto Tecnológico (TEC).
- 7,51 % para la Universidad Estatal a Distancia (UNED).

En el 2015, la Universidad de Costa Rica (UCR), el Instituto Tecnológico de Costa Rica (TEC), la Universidad Nacional (UNA) y la Universidad Estatal a Distancia (UNED), recibieron 410.500 millones de colones, el cual representa un 1,38 % del PIB estimado para ese año y un alza de un 14 % con relación al presupuesto del 2014. En el 2016 se negoció el FEES con un nivel de 440.773 millones de colones, significando un aumento del 7,51 % respecto al 2015, y abarcando el 1,423 % del PIB de ese año. Para el 2017, se estima que el FEES se incrementará en al menos 38 mil millones de colones respecto al monto del 2016, pero sin aumentar su porcentaje respecto al PIB, el cual se esperaba que fuera de 1,453 %. El incremento se debió a un cambio en la medición del PIB por parte del Banco Central de Costa Rica, poniendo en evidencia lo susceptible que son las predicciones del FEES ante cambios en metodologías o definiciones del PIB, y por ende confirmando el acierto del presente estudio en no considerar su proyección.

Para proyectar los futuros valores del FEES, nos encontramos con dos problemas principales:

- **Cambios en fórmula de cálculo:** Como se muestra en [14], la fórmula con que se calcula el FEES ha cambiado en cada uno de los cinco convenios firmados anteriormente. Esto representa una gran dificultad a la hora de analizar la sostenibilidad de las universidades, debido a que no existe una única fórmula de cálculo, de modo que cuando se pretende proyectar los valores futuros del FEES, los mismos estarán sujetos a supuestos como la no modificación de la fórmula de cálculo. Sin embargo, esto podría ser un supuesto falso, especialmente ante caídas del PIB, que podrían conllevar a reducción del FEES de un año a otro, algo que podría ser inaceptable para las universidades.
- **FEES como función del PIB:** Asumiendo que se sortea la dificultad anterior, aún existe otra más problemática. Las fórmulas con que se calcula el FEES son (implícitamente o explícitamente) función del PIB. El Producto Interno Bruto es una variable sumamente difícil de proyectar, pues es sumamente sensible a variaciones internas y externas. El Banco Central de Costa Rica, en su programa macroeconómico, proyecta un máximo de dos años del PIB, tomando en cuenta su dificultad de proyección. En vista de que el estudio proyectará la situación financiera para los siguientes 25 años, resulta técnicamente inviable efectuar proyecciones del FEES, especialmente por la sensibilidad de los resultados respecto al modelo empleado, es decir, podría concluirse insostenibilidad o sostenibilidad a partir de las proyecciones del FEES, las cuales podrían ser erráticas.

En vista de estas situaciones, el actual estudio se abstendrá de pronosticar los valores del FEES, y en lugar de presentar un resultado de “sostenible” o “insostenible” basándose en proyecciones (posiblemente) erróneas del FEES, se brindarán valores necesarios del mismo (para cada escenario) para que la institución en cuestión pueda enfrentar sus compromisos financieros y mantenga una situación de proporción entre gastos e ingresos deseada. Para efectos del análisis, se contemplarán varios posibles porcentajes de gastos en salarios respecto al FEES, buscando medir el impacto de los primeros sobre el segundo, y estimando los momentos críticos (cuando el FEES no sea suficiente) para cada escenario.

Para el 2017 se espera que la UNA reciba un monto de FEES de alrededor de 111.985 millones de colones. Además, las expectativas son de que a más tardar en el 2021 se alcance la meta del FEES como un 1,5 % del PIB, incrementándose en pequeñas cantidades cada año. Por otra parte, el Banco Central en su programa macroeconómico, calcula tasas de crecimiento real del 4,2 % en el 2016 y del 4,5 % en el 2017, las cuales se tornan elevadas respecto a las registradas en los tres años anteriores (alrededor de 3,5 %). Siendo conservadores, y asumiendo un crecimiento promedio constante del 3 % (para efecto de tener una cota inferior), podríamos afirmar que se esperaría un nivel de PIB real superior al encontrado en el 2017 para los años futuros. Tomando en cuenta esta información, podemos estimar que si para los años posteriores al 2020, se entrega el 1,5 % del PIB en educación superior, manteniendo un crecimiento real (conservador) del 3 % para el PIB, el monto recibido por la UNA para los subsiguientes 25 años sería tal como lo muestra la siguiente tabla.

Año	FEES UNA (Millones de Colones del 2017)
2020	128.990
2021	132.860
2022	136.846
2023	140.951
2024	145.179
2025	149.535
2026	154.021
2027	158.642
2028	163.401
2029	168.303
2030	173.352
2031	178.553
2032	183.909
2033	189.426
2034	195.109
2035	200.963
2036	206.991
2037	213.201
2038	219.597
2039	226.185
2040	232.971

Enfatizamos en el hecho de que la tabla anterior **no es** una proyección del FEES que recibirá la UNA, sino que muestran lo que esperamos sean niveles mínimos del mismo en aras de que sirva de “guía” para “estimar” (o saber por donde “ronda”) el punto de quiebre de la sostenibilidad de esta universidad, entendido éste como el momento en que el FEES recibido se torna insuficiente para hacerle frente a las obligaciones de la institución.

Hasta la fecha de corte de este estudio se han llevado a cabo cinco convenios distintos. En cada uno de estos convenios se ha utilizado una fórmula de cálculo distinta, tratando de ajustarse a la realidad nacional del país del momento. Una crítica que se le hace a las fórmulas actuales consiste en el hecho de que éstas asumen que una serie de variables sensibles, como la inflación, no va a estar sujeta a cambios drásticos durante el período en que el FEES se calcula. Es por ello que impera la necesidad de utilizar modelos de proyección de gastos para determinar su valor (véase [14]). Ello requiere una modelación más compleja, que incorpore el efecto conjunto de distintos tipos de gastos que poseen las universidades públicas; siendo esto precisamente lo que se pretende lograr en el presente estudio mediante el modelo desarrollado, el cual fue diseñado específicamente para estas instituciones en aras de capturar su dinámica laboral (principal fuente de gastos) y así poder proyectar más certeramente los gastos totales en que incurren, permitiendo tener una idea más acertada de los requerimientos financieros de las mismas.

El estudio está compuesto por tres partes principales, más una cuarta que es donde se presenta el modelo matemático implementado para la proyección de las series temporales de ingresos (sin FEES) y gastos (sin laboral), así como de las cadenas de Markov empleadas para generar los gastos laborales. La primera parte consiste en un análisis profundo, retroalimentado por los comentarios y respuestas brindadas por los expertos de la Universidad Nacional. En él se estudia el comportamiento tanto de los ingresos como de los gastos, para definir y clasificar las cuentas en los cuatro tipos especificados en el anexo, entiendase como Lineales, Ruido, No Proyectables y Promedio. En esta misma parte se hace una explicación de la forma en que se implementó el modelo de cadenas de Markov para los gastos laborales, al tiempo que se esgrimen los problemas encontrados en los datos entregados y la forma en que fueron sorteados. También se implementa el método conocido como “backtesting” para estimar la capacidad predictiva del modelo, utilizando una ventana de datos del 2004 al 2013, y proyectando los valores del 2014 y 2015 para ser contrastados contra los valores observados.

En la segunda parte se hace un análisis de los resultados de las proyecciones de ingresos (sin FEES) y de los egresos (sin laboral), así como una revisión profunda del crecimiento poblacional así como los gastos derivados de éste. Se analiza la permanencia de personas en edad de jubilación, así como el contraste entre el crecimiento de los administrativos versus los académicos. Posteriormente se presentan los valores de FEES de equilibrio, y se hace un análisis de sensibilidad sobre la definición de sostenibilidad, variando los porcentajes permitidos del gasto en laboral sobre el FEES, y viendo cómo se altera el momento crítico, y se analiza el impacto de modificar los pluses salariales en la sostenibilidad. Finalmente, en la tercera parte se presentan las conclusiones a las que se llegó después de los análisis anteriores, y se plantean recomendaciones que puedan mejorar la situación financiera de la UNA, o en su defecto, evitar el momento crítico.

Parte I

Análisis de Cuentas en Estados Financieros

Para las partes subsiguientes, considere la siguiente tabla de inflaciones del BCCR²

Año	IPC	Inflación
Año Base = Junio 2015	Diciembre	anual
2000	31,90	10,25 %
2001	35,40	10,96 %
2002	38,83	9,68 %
2003	42,66	9,87 %
2004	48,26	13,13 %
2005	55,05	14,07 %
2006	60,25	9,43 %
2007	66,76	10,81 %
2008	76,04	13,90 %
2009	79,11	4,05 %
2010	83,72	5,82 %
2011	87,69	4,74 %
2012	91,68	4,55 %
2013	95,05	3,68 %
2014	99,92	5,13 %
2015	99,12	-0,80 %

Después del 2009 el Banco Central de Costa Rica (BCCR) implementó el programa de “metas de inflación”, controlando sus niveles de manera exitosa, lo cual se ve reflejado en los datos de la tabla anterior. Esta ha sido la prioridad del BCCR, lo cual se corrobora con el cambio que se implementó en el régimen cambiario, permitiendo que los impactos macroeconómicos sean absorbidos por el tipo de cambio, protegiendo así los niveles de inflación deseados. En vista de esto, y producto de la poca historia con que se cuenta desde que se implementó este sistema, se propone tomar como la inflación esperada a aquella que resulta de promediar las tasas inflacionarias desde el 2009 al 2015, la cual corresponde a un valor de 3,88 %. En consecuencia, se utilizarán los siguientes factores de descuento:

$$D(2004, 2015) = \frac{99.12}{48.26} = 1 + 104,54 \%;$$

$$D(2006, 2015) = \frac{99.12}{60.25} = 1 + 64,51 \%;$$

$$D(2008, 2015) = \frac{99.12}{76.04} = 1 + 30,35 \%;$$

$$D(2010, 2015) = \frac{99.12}{83.72} = 1 + 18,39 \%;$$

$$D(2012, 2015) = \frac{99.12}{91.68} = 1 + 8,12 \%;$$

$$D(2014, 2015) = \frac{99.12}{99.92} = 1 - 0,80 \%;$$

$$D(2005, 2015) = \frac{99.12}{55.05} = 1 + 80,05 \%;$$

$$D(2007, 2015) = \frac{99.12}{66.76} = 1 + 48,47 \%;$$

$$D(2009, 2015) = \frac{99.12}{79.11} = 1 + 25,29 \%;$$

$$D(2011, 2015) = \frac{99.12}{87.69} = 1 + 13,03 \%;$$

$$D(2013, 2015) = \frac{99.12}{95.05} = 1 + 4,28 \%;$$

$$D(N, 2015) = \frac{1}{(1 + 3,88 \%)^{N-2015}}, \quad N \geq 2015.$$

²Tomado de <http://indicadoreseconomicos.bccr.fi.cr/indicadoreseconomicos/Cuadros/frnVerCatCuadro.aspx?CodCuadro=2732> consultado el 14/12/2016

0.3. Cuentas de Ingresos

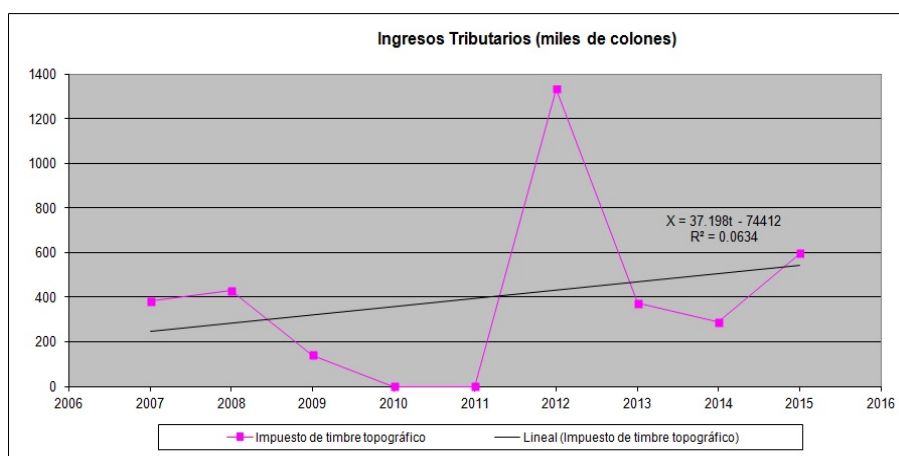
0.3.1. Ingresos Tributarios

Timbre Topográfico

Esta serie no puede ser tomada en su totalidad, debido a que los ingresos anteriores al 2007 se debían a que la UNA obtenía la totalidad de los ingresos por timbres topográficos, pero después de dicha fecha, los mismos debían ser distribuidos entre todas las instituciones oficiales de estudios superiores que impartan la carrera de Ingeniería Topográfica, con grado de licenciatura o superior, como bien lo explica [8].

Por otra parte, la falta de información que permita predecir dicha serie con alto grado de exactitud, nos obliga a incluir la misma dentro de las series “ruido”, y así capturar este faltante de precisión. De esta serie (truncada para los valores anteriores al 2007) es aleatoria en su totalidad, puesto que depende de cuántos requieran dichos timbres, haciéndola una perfecta candidata para formar parte del ruido de la serie “Ingresos”.

Se efectúa la interpolación lineal para esta serie, y se obtiene $\hat{X}_t = 37.198t - 74.411.738$.



Ley al Cemento No. 6844

Como se explica en [8], los ingresos por la “Ley al Cemento No. 6844” se han visto afectados por causa de retenciones efectuadas por el BCCR, totalmente entre los años 2006 y 2007 (pagados en los años posteriores 2008-2010) y parcialmente entre los años 2011 y 2012 (pagado en el 2013).

Dadas estas características de la serie, está claro que la “volatilidad” de la misma se debe a un efecto no intrínseco en la serie, y más bien coyuntural, de manera que se propone promediar los valores históricos (llevados a colones del 2015 utilizando el histórico de inflación para los respectivos años) como estimador del nivel esperado para esta cuenta. Dicho esto, tomándose en cuenta un nivel

de crecimiento por efecto inflación del 3,88% anual, se tomará la serie

$$X_t = 31.206.318 \cdot (1 + 3,88\%)^{t-2015}$$

para proyectar los ingresos por esta ley.

0.3.2. Ingresos No Tributarios

Ingresos de la Propiedad

Como es explicado en [8], dentro de esta cuenta se encuentra una subcuenta que fue altamente afectada ante el cambio de base de contabilidad, efectuada en el 2008, donde pasa de la base de “Efectivo” a la base de “Devengado”. Este cambio de base contable, provoca que la serie no sea comparable antes del 2008 y después de esa fecha, imposibilitando el utilizar estos datos. Ésto nos deja con solamente cinco observaciones, dificultando los análisis más profundos. Se propone en este caso, utilizar el promedio de los valores observados, llevados a colones de diciembre del 2015, e imponer un crecimiento similar a la inflación para dicha cuenta, es decir,

$$X_t = 2.307.463.536 \cdot (1 + 3,88\%)^{t-2015}.$$

Venta de Bienes y Servicios

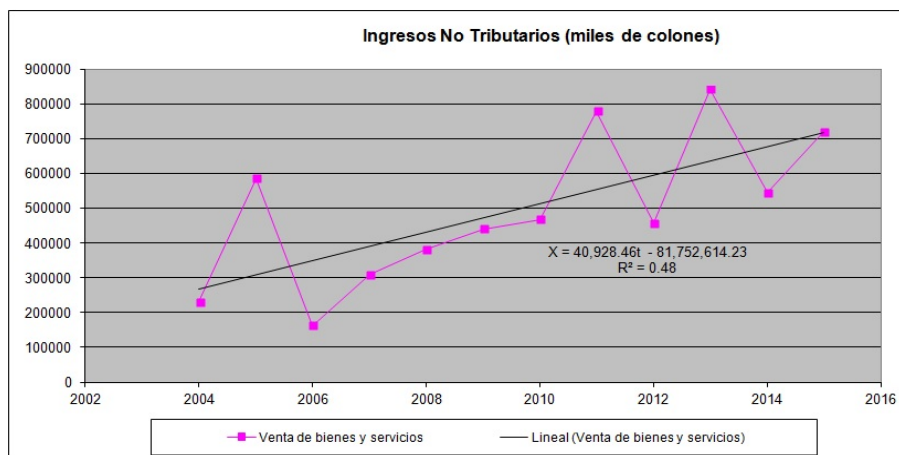
De acuerdo con [9], elaborado por don Ronny Hernández Álvarez, esta cuenta recibe su comportamiento por causa de varias razones heterogéneas, específicamente:

“Factores que afectan lo indicado anteriormente:

- *Existen transferencias de proyectos de la FUNDAUNA hacia la UNA, con el fin de que sean administrados por esta última.*
- *En el año 2013, se crea una resolución, para que facilite facturaciones que ingresen a la UNA y sean trasladados hacia la FUNDAUNA, con el fin de que esos recursos sean administrados por ésta última instancia.*
- *El ingreso por ventas de servicios, no guarda una consistencia asimétrica, es muy irregular, no se reciben recursos de los proyectos constantemente, sino que depende mucho de la voluntad y oportunidad de venta de servicios de estos.*
- *Los ingresos de esta naturaleza en los recursos de aplicación general, son generados por alquileres de las instalaciones de las sodas-comedor.”*

Queda claro que las subcuentas que componen esta cuenta son bastante heterogéneas y de difícil predicción con la poca información poseída. De esta forma, esta serie se torna una candidata para ser una cuenta “ruido”. Empleando la interpolación lineal, se obtiene

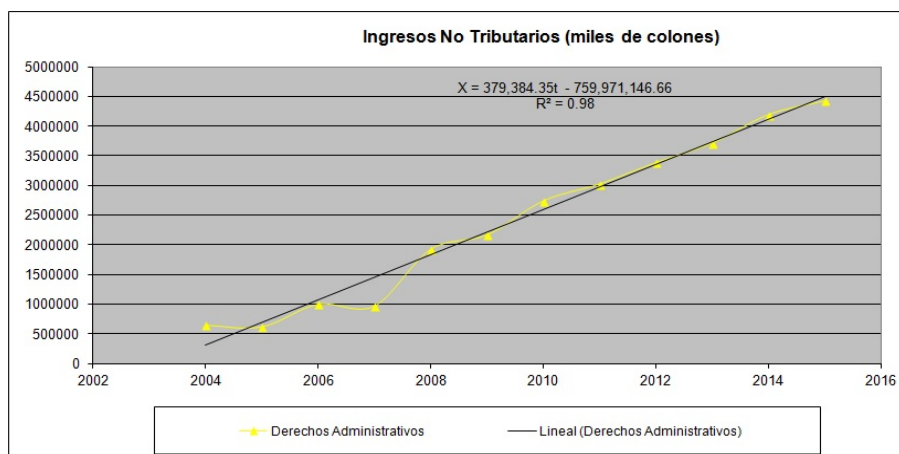
$$\hat{X}_t = 40.928.461t - 81.752.614.228.$$



Derechos Administrativos

Cabe mencionar que dentro de esta cuenta se encuentra la “Ley de Pesca y Acuicultura 8436”, la cual tiene un destino específico. Sin embargo, los valores máximos observados desde el 2000 hasta el 2015 es de 250 millones, solamente un 6,25% del total de la cuenta de “Derechos Administrativos”, un monto relativamente insignificante respecto del total. Esta cuenta madre muestra un comportamiento absolutamente lineal, y de hecho la regresión lineal nos entrega un R^2 del 97%, mostrando (dados los datos recopilados) que dicha serie puede ser pronosticada con un alto grado de exactitud. Dicho esto, se proyectará con

$$X_t = 379.384.350t - 759.971.146.660.$$



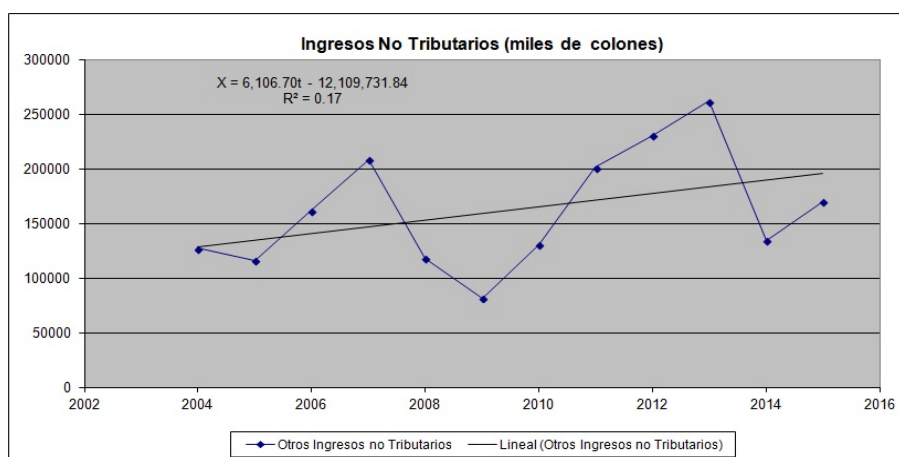
Otros Ingresos No Tributarios

Como se explica en [9]:

“esta subpartida... no depende de una variable estandarizada, eso significa que depende de ingresos muy variables... incluye todos aquellos ingresos que siendo ingresos no tributarios, no calzan dentro de un concepto en específico, por lo tanto es una cuenta comodín... se incluyen conceptos tales como: multas de la biblioteca, reintegro de multas y comisiones, devoluciones de Instituto Nacional de Seguros, ganancias en ventas de timbres, otros ingresos.”

Claramente, por la naturaleza de dicha cuenta, se vuelve una excelente candidata para una serie “ruido”. Sin embargo, la serie original exhibe un salto desproporcionado en el año 2006, de hecho es 276 % del siguiente valor mayor. Este punto, ante las pocas observaciones que se poseen, es claramente un outlier, por lo que se propone sustituirlo por el valor promedio de todos los datos. De esta manera, se efectúa la interpolación lineal para esta nueva serie, y se obtiene

$$\hat{X}_t = 6.106.700t - 12.109.731.840.$$



0.3.3. Transferencias Corrientes

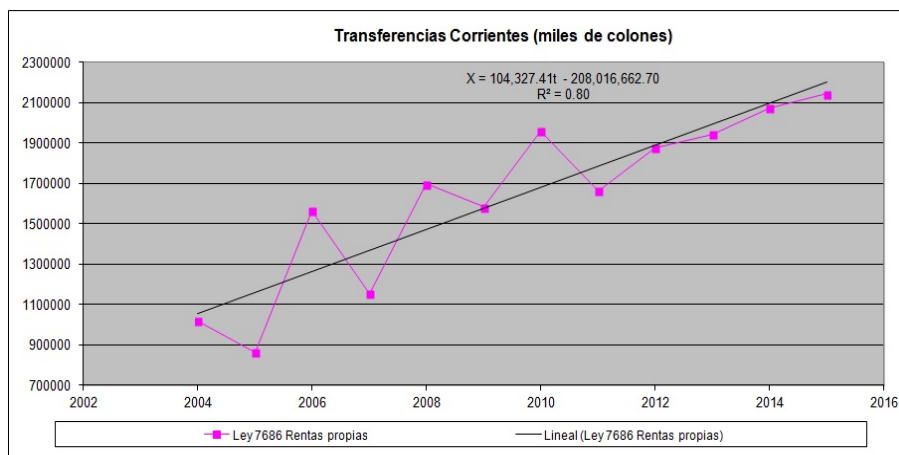
Ley 7686 de Rentas Propias

Como se explica en [8]:

“Los cálculos y estimaciones del monto de Ley 7386 Rentas Propias, es realizado en el CONARE por parte de la Oficina de Planificación de la Educación Superior (OPES); dicha instancia es la que comunica los montos a las cuatro Universidades Estatales beneficiadas de esa ley, así como a la Contraloría General de la República. **La estimación de esos recursos considera básicamente el incremento por Inflación.**” (La negrita no es del original)

Esto provoca que la serie tenga una tendencia bastante clara, pero muestra variaciones anuales muy marcadas. La información faltante sobre el proceso seguido por CONARE para asignar dicho monto, provoca que esta cuenta deba ser incluida dentro de las serie “ruido”, con

$$\hat{X}_t = 104.327.410t - 208.016.662.700.$$



Cabe mencionar que un 23,08 % de estos fondos tiene un destino específico (hacia las Sedes Regionales Brunca y Chorotega), por lo que solo se cuenta con 76,92 % para gastos discrecionales.

Ley Nacional de Emergencia

Como se explica en [8], los ingresos por la “Ley Nacional de Emergencia” fueron retenidos durante los años 2007 y 2008, al dejar de ser cobrados por la UNA directamente, y pasar a ser cobrados por la Comisión Nacional de Emergencias, para luego hacérselos llegar a la UNA. En el 2009 se paga lo respectivo a ese año más lo retenido en los años anteriores, “lo cual se respalda en los oficios de esa Comisión No. DFC-007-2009 de 23/02/2009 y DAF-149-2008 de 29/10/2008”.

Todo esto provoca que la “volatilidad” de la serie aumente “artificialmente”, aunado al hecho de que se pierden tres datos de la serie (dejando solamente siete datos utilizables), de manera que se propone promediar los valores históricos (llevados al 2015 utilizando el histórico de inflación para los respectivos años) como estimador del nivel esperado para esta cuenta. Dicho esto, tomándolo en cuenta un nivel de crecimiento por efecto inflación del 3,88 % anual, se tomará la serie,

$$X_t = 586.003.312 \cdot (1 + 3,88\%)^{t-2015},$$

para proyectar los ingresos por esta ley.

Otras Transferencias

Según [9], en esta cuenta “se consideran todos aquellos ingresos que son por transferencias corrientes, pero que no pertenecen a Leyes o al Gobierno central”, es decir, es una cuenta “comodín”, volviéndola una candidata para ser una serie “ruido”. De hecho, en dicho documento se explica que son dos las fuentes de aumento en la serie después del 2009:

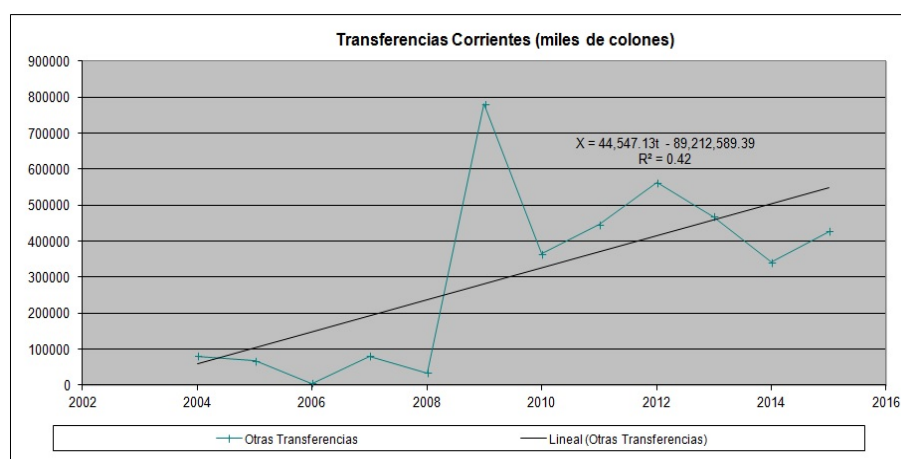
- Transferencias corrientes del Sector Externo: “Dentro de ellas se han recibido ingresos por organismos internacionales, que han dado aportes de forma más sustantiva a esta Universidad, tales como la Unión Europea, SALTRA y otros... El comportamiento futuro, depende

estrictamente de la atracción de proyectos con organismos internacional, situación que es muy impredecible.”

- Transferencias corrientes de instituciones desconcentradas no empresariales: *“Dentro de este tipo de ingresos se incorporan transferencias de entidades tales como: CONICIT, Consejo Nacional de Rectores, Universidad de Costa Rica y otros.”*

Tomando en cuenta la imposibilidad de predicción con la información que se posee, se procede a utilizarla como una serie “ruido”, con

$$\hat{X}_t = 44.547.130t - 89.212.589.390.$$



0.3.4. Ingresos de Capital

Esta cuenta se compone por la cuenta de “Venta de Activos” y “Transferencias de Capital Gobierno Central”. La primera de ellas solo influye en los años 2004 y 2005, y se nos explicó que esto sucedió por un movimiento atípico en la venta de activos financieros. En este sentido, solo es necesario analizar la cuenta de transferencias del gobierno.

0.3.5. Transferencias de Capital Gobierno Central

En el documento [11] se nos desglosa el orden de pagos que se efectuarán con el préstamo del Banco Mundial que está en proceso y que está siendo registrado dentro de la cuenta “Transferencias de Capital Gobierno Central”. Como se menciona en [9]:

“En cuanto al registro, si es importante mencionar que esto depende de una programación planificada de la propia Unidad Ejecutora del “Proyecto de Mejoramiento Institucional”, ya para el año 2014 se reportan los primeros ingresos, durante cinco años se mostrarán ingresos.”

En el esquema brindado, se espera gastos del orden de 451.975.372 colones en el 2014 y de 658.121.553 colones, donde los mismos corresponden a Asesorías, Equipo, y Becas a Funcionarios,

mientras que los gastos en Edificios y Construcciones no se contemplan hasta el 2016. En vista de esto, se restarán estos montos de los gastos totales en los respectivos años, a fin de eliminar de ambas partes (Ingresos y Egresos) el Préstamo del Banco Mundial. Como este préstamo afectó los superávits de dichos años, se utilizará el comportamiento observado de los mismos hasta el 2013 (así se elimina el efecto de este préstamo). Recordemos que este préstamo no tendría incidencia directa sobre el FEES, por lo que este ajuste no afectará los resultados del estudio.

0.3.6. Financiamiento

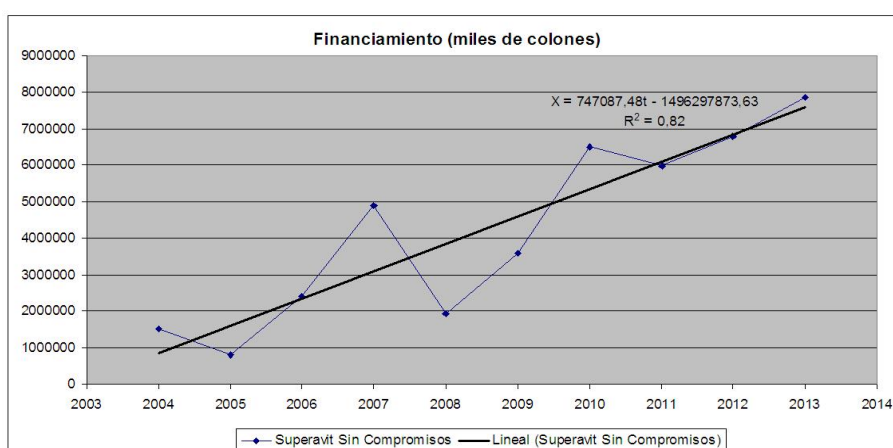
Esta cuenta se compone de dos subcuentas, la de superávit (libre y específico) y los “Préstamos Directos”. La segunda de éstas solamente aparece el año 2010 cuando la UNA solicita un préstamo. En vista de que no se consideran más préstamos, esta cuenta no será considerada, y solamente se analizará la cuenta de superávit. Sin embargo, para poder eliminar este préstamo del histórico, requerimos eliminar su monto de los egresos, específicamente de Bienes Duraderos, puesto que tenemos entendido que el mismo fue utilizado en este rubro.

Superávit Sin Compromisos

La primer limitante que tenemos respecto a esta serie es el hecho de que los compromisos generales y específicos se encuentran unificados hasta la entrada en vigencia del nuevo sistema (en el 2008), imposibilitando el desglose de los superávits entre libre y específico. Es por ello que se toma la serie Superávit unificada, a la cual se le sustrae los compromisos para obtener la serie de “superávit no comprometido” o “superávit neto”.

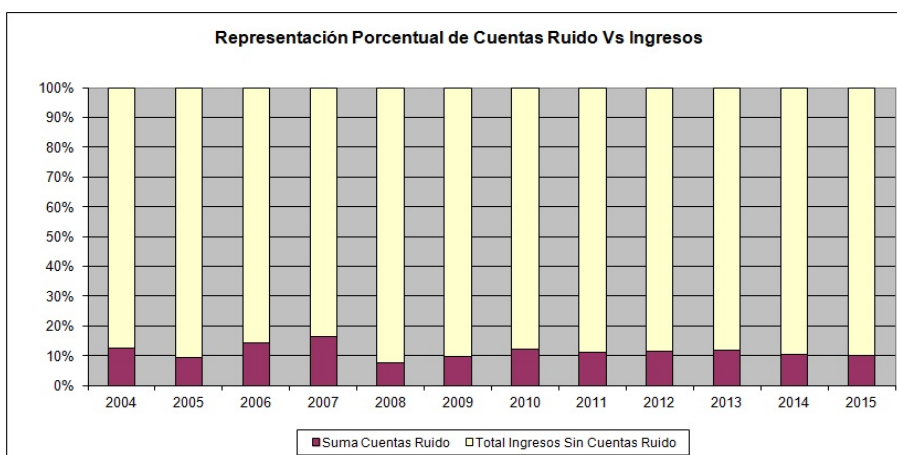
Es más que claro que las cuentas que componen el superávit sin compromiso son supremamente heterogéneas, dificultando su predicción o proyección, y volviéndola una candidata para serie de “ruido”, con

$$\hat{X}_t = 747.087.480t - 1.496.297.873.630.$$



0.3.7. Porcentaje Cuentas Ruido Vs Ingresos Totales

Resulta importante “medir” o cuantificar el impacto de las cuenta “ruido” dentro del total de los ingresos, para intentar estimar el “peso” de lo que “no sabemos”. En este sentido, es bueno notar que los niveles se mantienen relativamente bajos, es decir, el porcentaje máximo alcanzado por la agregación de las series “ruido” es de un 16% en el 2007, y en promedio no supera el 12% del total de ingresos.



0.4. Cuentas de Egresos

0.4.1. Cuentas Asociadas a “Laboral”

Para la simulación de los gastos laborales se utilizará la teoría de “cadenas de Markov” para tripletas, y empleando datos mensuales para ajustar las probabilidades. Sin embargo, las proyecciones se efectuarán anualmente. Las cuentas que serán proyectadas con esta herramienta serán las siguientes:

- Remuneraciones (Cuenta 0 y todas sus subcuentas).
- Seguros de Riesgos Profesionales (Cuenta 1 06 01).
- Transferencias Corrientes a Asociaciones (Cuenta 6 04 01).

Para el ajuste de los parámetros se utilizan los datos de planillas [6] para los años 2004-2015. Además, se consideran los grupos de edad de la siguiente forma:

- Grupo $E^{(0)}$: Personas menores a 18 años, considerados como potenciales empleados de la UNA al cumplir 18 años.
- Grupo $E^{(1)}$: Aquellas personas con edades entre los 18 años y los 30 años (no cumplidos).
- Grupo $E^{(2)}$: Individuos con edades entre los 30 años y hasta los 40 años (no cumplidos).
- Grupo $E^{(3)}$: Compuesto por personas con edades entre los 40 años y los 50 años (no cumplidos).
- Grupo $E^{(4)}$: Este grupo es considerado como el de las potenciales jubilaciones, pues está integrados por individuos con edades superiores a los 50 años.

Del mismo modo, se consideran cuatro grupos de antigüedades (indicador de su ligamen con la institución):

- Grupo $A^{(1)}$: Personas con menos de 15 años de trabajar en la UNA (no necesariamente consecutivos).
- Grupo $A^{(2)}$: Individuos que han trabajado para la universidad entre 15 y 30 años (no necesariamente consecutivos).
- Grupo $A^{(3)}$: Integrado por trabajadores que han laborado entre 30 y 45 años (no necesariamente consecutivos).
- Grupo $A^{(4)}$: Compuesto por personas con un nivel elevado de relación con la institución, habiendo laborado por más de 45 años (no necesariamente consecutivos).

La tripleta, compuesta por categoría, grupo de edad, y grupo de antigüedad, utiliza las categorías salariales de la UNA dadas por:

$$\begin{aligned}
C^{(1)} &= 11; & C^{(2)} &= 12; & C^{(3)} &= 13; & C^{(4)} &= 14; & C^{(5)} &= 21; & C^{(6)} &= 22; & C^{(7)} &= 23; \\
C^{(8)} &= 24; & C^{(9)} &= 25; & C^{(10)} &= 31; & C^{(11)} &= 32; & C^{(12)} &= 34; & C^{(13)} &= 35; & C^{(14)} &= 36; \\
C^{(15)} &= 37; & C^{(16)} &= 38; & C^{(17)} &= 41; & C^{(18)} &= 42; & C^{(19)} &= 43; & C^{(20)} &= 44; & C^{(21)} &= 45; \\
C^{(22)} &= 47; & C^{(23)} &= 48; & C^{(24)} &= 49; & C^{(25)} &= 53; & C^{(26)} &= 54; & C^{(27)} &= 57; & C^{(28)} &= 63; \\
C^{(29)} &= 79; & C^{(30)} &= 82; & C^{(31)} &= 84; & C^{(32)} &= 86; & C^{(33)} &= 87; & C^{(34)} &= 88; & C^{(35)} &= 89; \\
&& & & C^{(36)} &= 90; & C^{(37)} &= 91.
\end{aligned}$$

Por su parte, se consideraron como “características” solamente las siguientes: anualidad, dedicación exclusiva, prohibición, disponibilidad, régimen de pensiones, jornada laboral. Esto por cuanto los gastos derivados de los cuatro primeros representan el 90 % de los gastos en pluses salariales, el quinto se emplea para calcular el correcto monto gastado por la universidad en aportes patronales a pensiones, así como para poder efectuar el respectivo análisis sobre el efecto del régimen sobre las jubilaciones, y el último debido a que no todos los empleados trabajan en jornadas de 40 horas semanales (algunos trabajan más y otros trabajan menos horas).

Para un trabajador de categoría salarial $C^{(i)}$ (asociada unívocamente a un salario base W_i en la escala salarial del 2015), con jornada laboral J , y porcentajes³ de anualidad A , dedicación exclusiva DX , prohibición P y disponibilidad D , se calcula el gasto anual en el año N por concepto de sus salarios sin garantías sociales G con la siguiente fórmula:

$$\begin{aligned}
&G(N, J, W_i, A, DX, P, D) \\
&= \frac{J}{40} \cdot \left[6 \cdot W_i \cdot \left((1 + 3,88\%)^{(N-2016)+1/2} + (1 + 3,88\%)^{N-2015} \right) \right] \cdot \frac{(1 + A + DX + P + D)}{0,90}.
\end{aligned}$$

El primer término ($J/40$) nos indica el porcentaje del salario que recibe por la proporción de horas que trabaja respecto de la jornada completa. El segundo término nos contabiliza los 12 salarios base, tomando en cuenta que hay 6 salarios correspondientes a $2 \cdot (N - 2016) + 1$ aumentos⁴ semestrales desde diciembre del 2015, y otros 6 salarios con $(N - 2015)$ aumentos anuales desde diciembre del 2015. El último término nos presenta lo gastado por estos 12 salarios, más su porcentaje de anualidad, dedicación exclusiva, prohibición, y disponibilidad. Como estos no son todos los pluses salariales, y dado que la suma de los pluses que no están siendo considerados representan el 10 % de los gastos totales en salarios, se procede a normalizar el monto calculado por el factor $\frac{1}{0,90}$, estimando así el verdadero gasto anual para este trabajador.

Del mismo modo, para un trabajador con las características anteriormente indicadas, aunado al porcentaje de cotización (patronal) al régimen de pensiones R , el porcentaje de salario escolar E , 14,25 % de garantías sociales (Seguro de Enfermedad y Maternidad, Ley de Protección al Trabajador, Banco Popular)⁵, 4 % para el Fondo de Cesantía, 0,25 % para ASOUNA, 8,33 % de Aguinaldo, y 0,25 % para el Seguro por Riesgos de Trabajo del INS, se utiliza la siguiente fórmula para estimar el gasto total anual GT en este empleado:

$$\begin{aligned}
>(N, J, W_i, A, DX, P, D, R, E) \\
&= G(N, J, W_i, A, DX, P, D) \cdot (1 + E) \cdot \left((1 + R + 14,25\% + 4\% + 0,25\%) + 8,33\% \right) * (1 + 0,25\%).
\end{aligned}$$

³Estos porcentajes pueden ser 0 %.

⁴Considerados para efectos de este estudio como iguales a la inflación esperada del 3,88 %.

⁵La UNA está exenta de pagar IMAS, Asignaciones Familiares e INA.

Según directiva presidencial, el salario escolar será incrementado en tramos durante los años 2016-2018 hasta alcanzar el valor de un salario completo (como el aguinaldo). Esto fue tomado en cuenta, de modo que los porcentajes que se utilizaron para E fueron de 8,19 % hasta el 2015, pasando a 8,23 % en el 2016, 8,28 % en el 2017, y manteniéndose en un nivel de 8,33 % a partir del 2018. Por su parte, se utilizó un porcentaje R de aporte patronal de 6,75 % si el empleado está en el régimen llamado “Capitalización” (de JUPEMA), de 5 % si está en el de “Reparto” (de JUPEMA), y se siguió el Transitorio XI de la CCSS para los empleados en el IVM, es decir, se tomaron aportes patronales de 4.92 % en el 2014, de 5.08 % entre los años 2015-2019, de 5.25 % en el rango 2020-2024, de 5.42 % entre el 2025 y el 2029, de 5.58 % para el quinquenio 2030-2034, y de 5.75 % a partir del 2035.

Depuración de Planillas

Los datos de planillas tuvieron que ser corregidos por las siguientes razones:

- **Homologación:** En el 2007 la UNA implementó un cambio de categorías en aras de simplificar la cantidad existente. Para ello se implementó una homologación siguiendo el documento [7], en el cual se presenta la categoría anterior y la categoría que debe ser asignada, de manera que se cuenta con una serie de categorías única para todo el periodo.
- **Salarios Inexistentes:** Varios de los salarios presentes en las planillas no corresponden a la escala salarial [5] entregada por la UNA. Para algunos empleados se mostraban salarios base superiores a los 2 millones de colones, cuando el salario base máximo para ese año (para todas las categorías salariales) era de 1.411.790 colones. Se procedió a asignar a estos empleados un salario base acorde con la categoría a la que pertenece.
- **Jornadas Imposibles:** Observamos que varios de los empleados presentaban jornadas superiores a 60 horas por semana, lo cual no es permitido por ley. Haciendo los cuestionamientos necesarios, se comprendió que esto se debió a las siguientes situaciones:
 - Datos Duplicados: Algunos de los datos registrados correspondían a repeticiones de registro.
 - Errores de Digitación: Ciertos registros mostraban jornadas de 80 horas, debidas a errores a la hora de registrar el valor correcto.
 - Pagos Inexistentes: Por alguna razón del sistema, se mostraban pagos que ya no se estaban efectuando (fecha de último pago era anterior al mes de la planilla), o que existirían en el futuro (fecha de pago era posterior al mes de la planilla). Por ejemplo, se mostraban pagos por personas que actualmente están fuera de la institución (probablemente en postgrados) y que se espera que retornen en alguna fecha futura, cuando se iniciarían los pagos reales a este empleado.

Se corrigieron estos datos, obteniendo una base de datos con jornadas coherentes.

- **Características Faltantes:** En muchos casos se presentaban trabajadores con varias observaciones en un mes, no debido a error de digitación o repetición del dato (como se explicó anteriormente), sino que es causado por hechos como que dicho empleado tiene jornadas laborales

divididas entre categorías distintas, o en la misma categoría pero dividida en varios nombramientos. El problema se presenta cuando se registraron las características del empleado, tales como dedicación exclusiva, anualidad, prohibición, entre otros. Por ejemplo, se observaba que para el mismo empleado en el mismo mes, uno de sus nombramientos mostraba el valor de la dedicación exclusiva pero las demás características se encontraban en blanco, y para el siguiente registro la dedicación exclusiva se mostraba en blanco pero se presentaba el valor de anualidad. Se procedió a corregir estos faltantes de información, rellenando los valores que debían aparecer pero que se encontraban ausentes.

- **Tipos de Movimiento Innecesarios:** Entre los empleados de la UNA se encuentran algunos que presentan tipos de movimientos de pagos que en realidad no generan ningún costo para la UNA. Por ejemplo, existen empleados que trabajan Ad-Honorem, pero por alguna razón están incluidos en las planillas, y hasta se presenta un monto pagado por ellos. Se verificó con el Departamento de Recursos Humanos de la Universidad Nacional, y se concluyó que dichos datos deberían ser eliminados de la base para evitar considerar gastos inexistentes. Se eliminaron los siguientes tipos de movimiento: 14, 32, 34, 35, 36, 38, 49, 51, 54.

Ajuste del Modelo - Backtesting

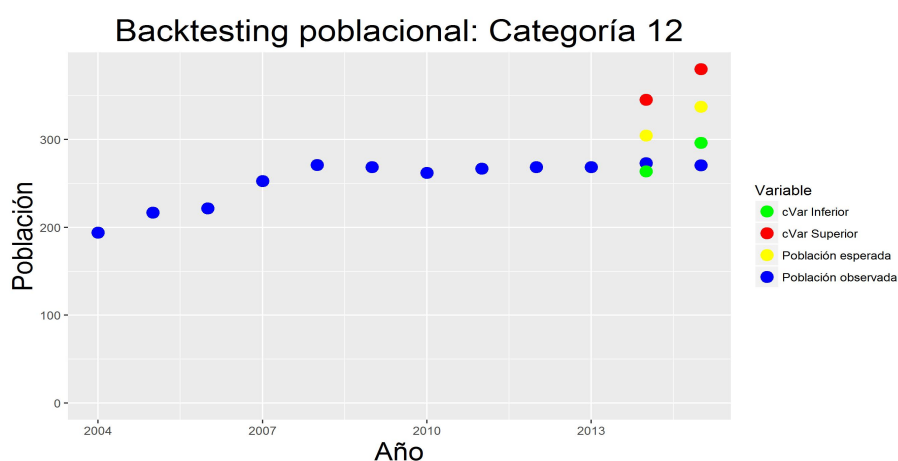
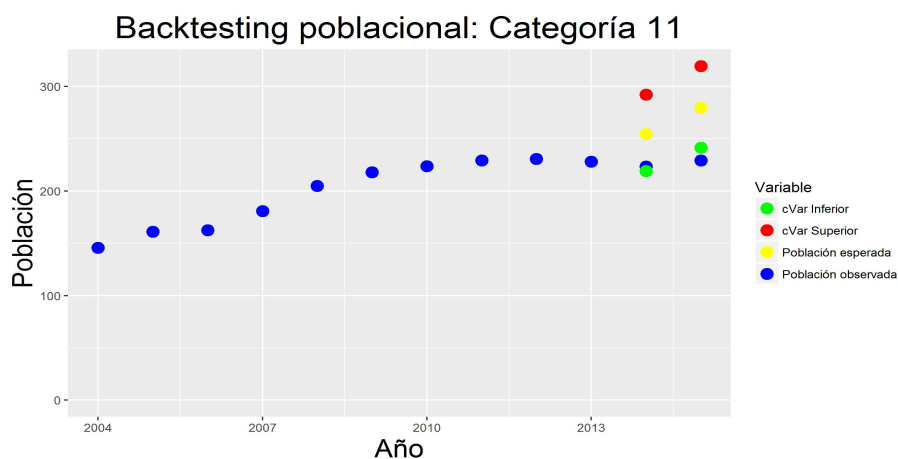
Se utilizaron doce años de datos de planillas, abarcando desde el 2004 al 2015, y ajustados con los algoritmos explicados en 0.8.6. Sin embargo, se nos explicó en reuniones donde se analizaban los datos de planillas, que la categoría 87 estaba en vías de extinción puesto que no se pensaba nombrar a nadie más en esa categoría salarial. Empero, las personas que ahí se encontraban podían permanecer ahí hasta que avanzaran a otra categoría, fallecieran, se pensionaran, o rompieran relaciones laborales con la universidad. En vista de eso, se modificaron las probabilidades de entrada a esta categoría haciendo que la probabilidad de transición de cualquier otra categoría a la 87 sea de cero, pero manteniendo las probabilidades de salida y permanencia inalteradas. De este modo permitimos la salida de dicha categoría, pero prohibimos la entrada de nuevos trabajadores ahí. Enfatizamos en que aún estamos permitiendo la entrada de nuevos trabajadores, de modo que se corrigieron las probabilidades de entrada de las demás categorías (respetando lo observado históricamente) para que las nuevas personas que hubieran ingresado a la categoría 87 ahora lo hagan a las categorías sustitutas (las que recibían trabajadores de la categoría 87).

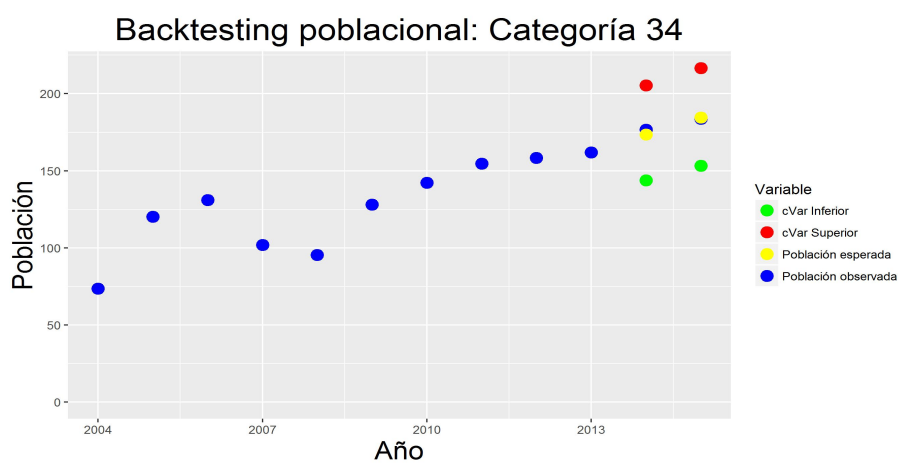
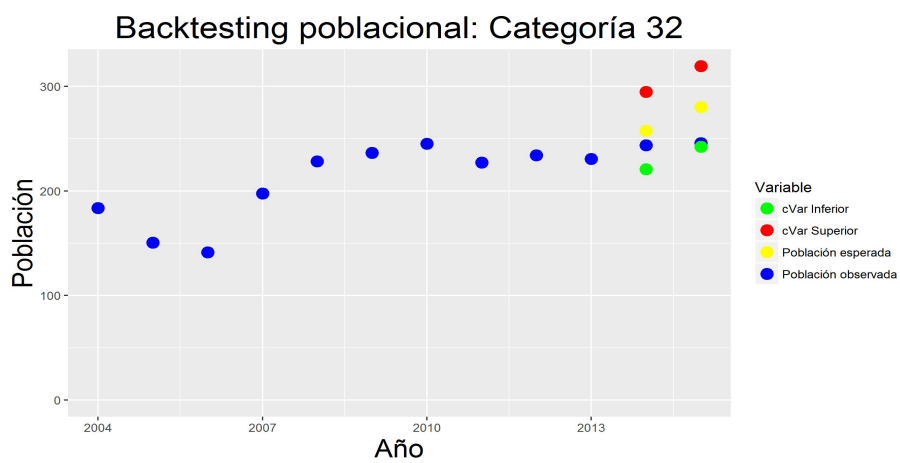
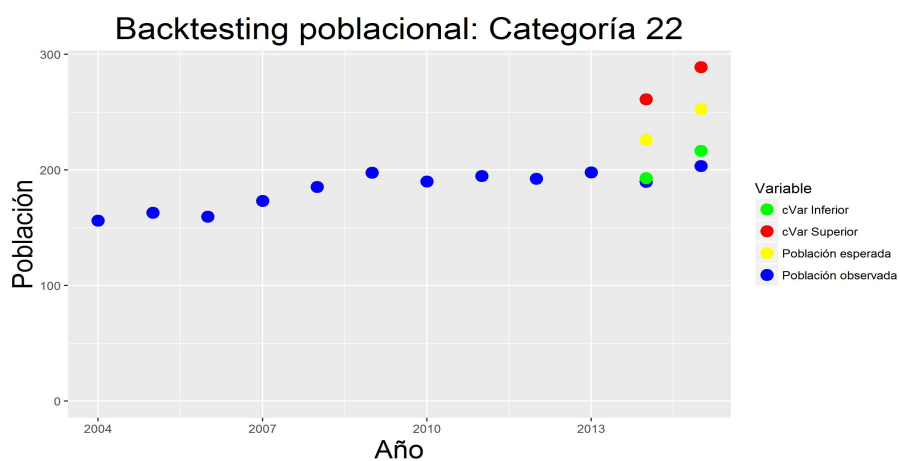
Para medir la calidad del ajuste, así como intentar cuantificar la certeza de sus proyecciones, se implementó el método conocido como “backtesting”, el cual consiste en utilizar los datos de los años 2004-2013 para ajustar los parámetros, y contrastar los valores observados en los años 2014-2015 contra los proyectados por el modelo. Inicialmente notamos que las predicciones globales son bastante buenas, donde el gasto total de las cuentas descritas por este modelo cuantificaron 64.215.040.730 colones en el 2014 y 70.044.868.080 colones en el 2015, mientras que lo predicho por el modelo rondaba los 64.149.862.676 colones para el 2014 y 69.262.303.902 colones para el 2015. Se estaría contando con un error de 0,1 % en el 2014 y de 1,12 % para el 2015.

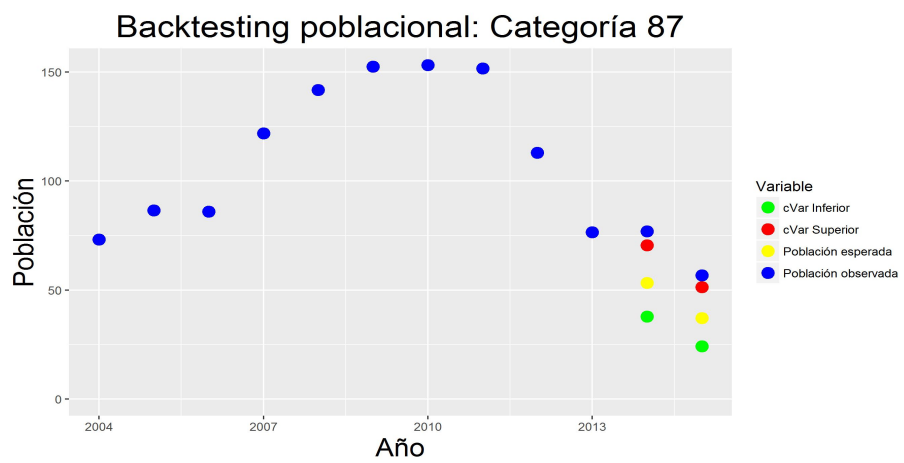
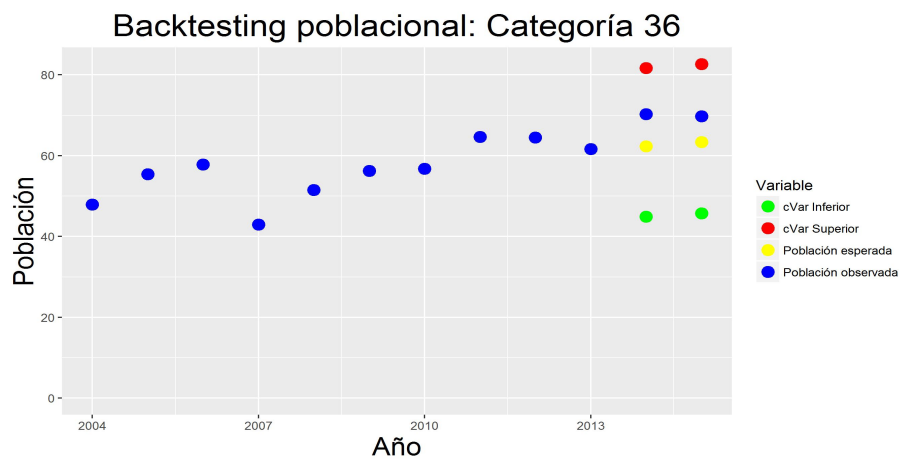
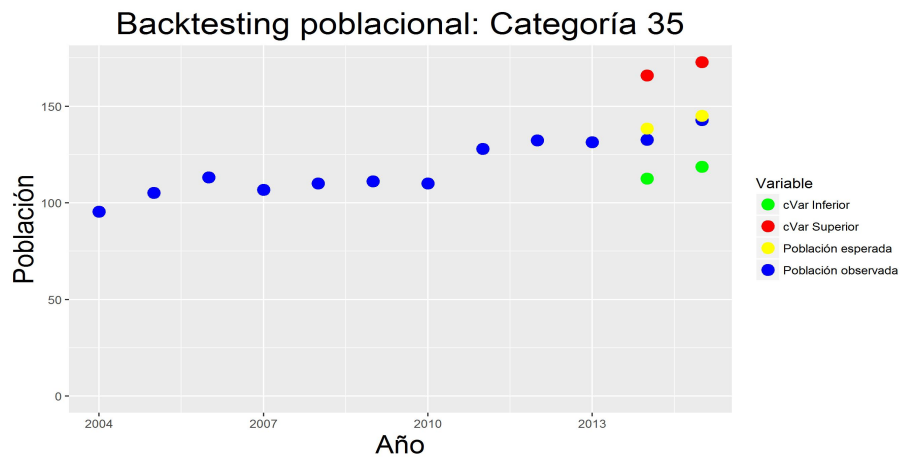
Hilando un poco más delgado, intentando probar el nivel de predicción a nivel más particular, nos encontramos con que el modelo es capaz de predecir con bastante certeza la población y el

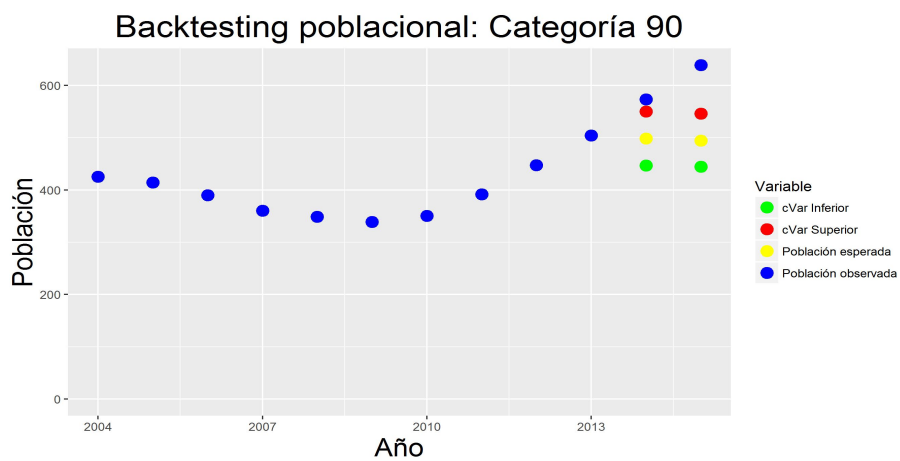
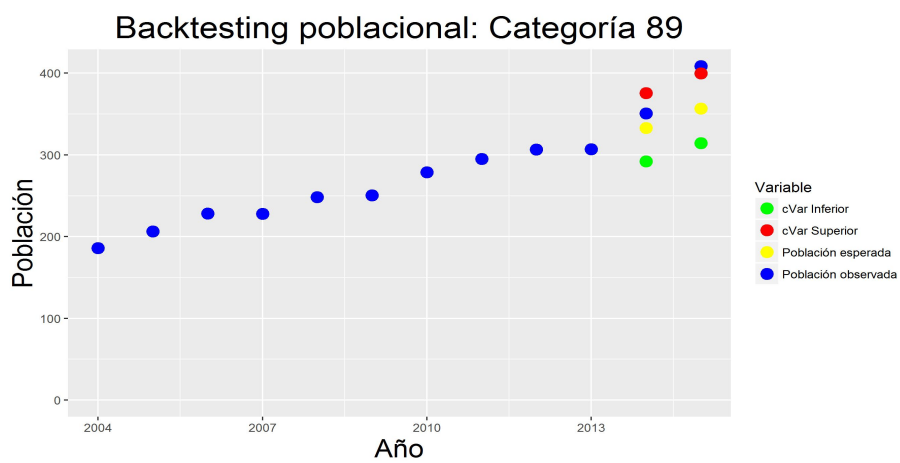
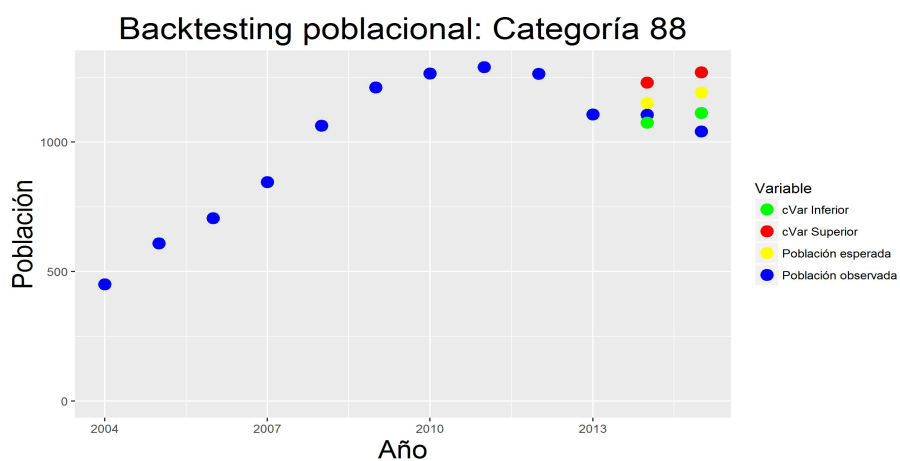
gasto en las 37 categorías, fallando por valores poco significativos. Les recordamos que con más años el modelo se ajustará mejor y su nivel de predicción mejorará. Se presentan a continuación los gráficos del valor predicho por el modelo (en amarillo), el valor observado (en azul), y los valores límites (una especie de “intervalo de confianza”), para las categorías más importantes, así como la 87 que fue tratada diferente y que aún así no perdió la predictibilidad.

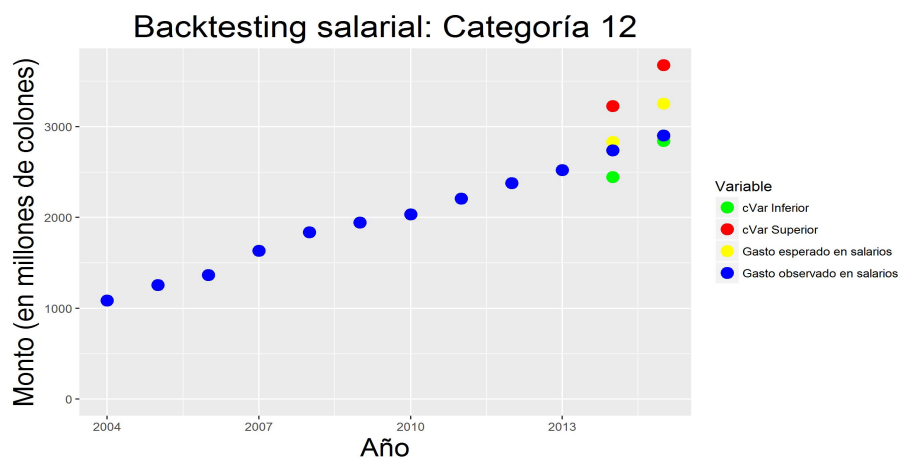
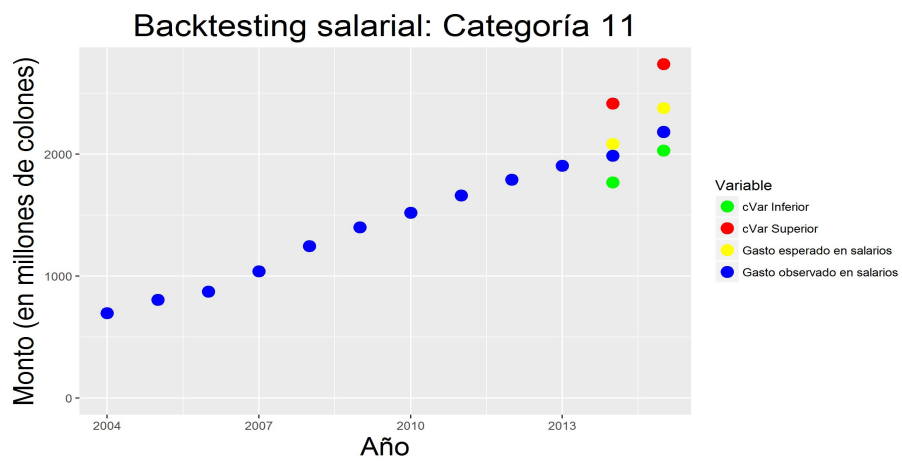
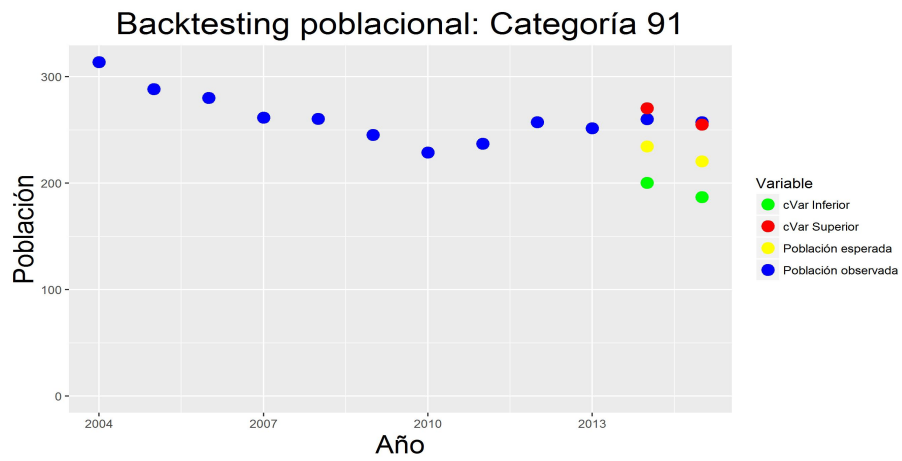
Similar a lo expuesto anteriormente, se somete el modelo a una prueba sobre su capacidad predictiva respecto a los grupos de edad (18-29 años, 30-39 años, 40-49 años, y 50-100 años). Se comprueba con los gráficos que el nivel de predicción del modelo respecto a los valores observados (tanto en número de trabajadores como en colones gastado en sus salarios) es muy alta, validando la confiabilidad de las conclusiones que de este modelo se deriven. Se presentan los tres grupos más representativos de la UNA.

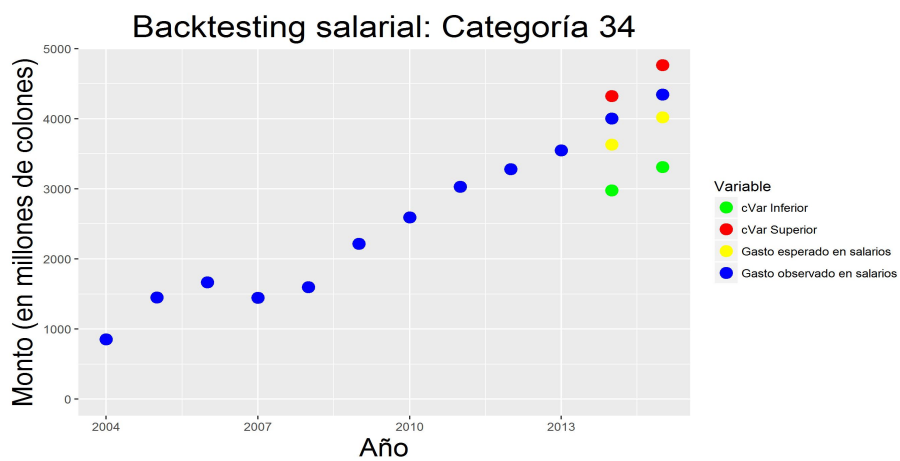
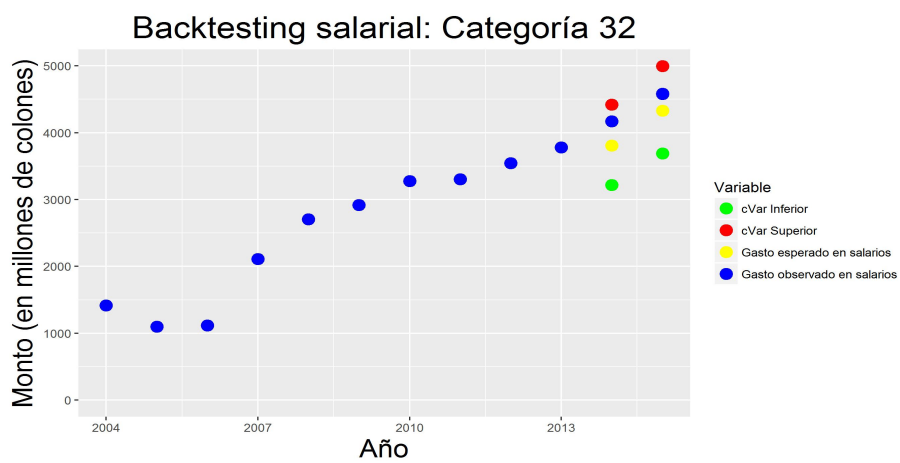
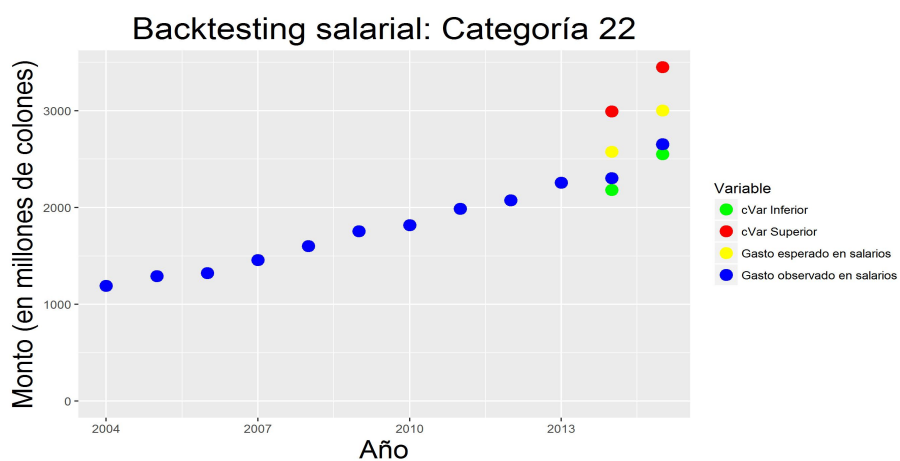


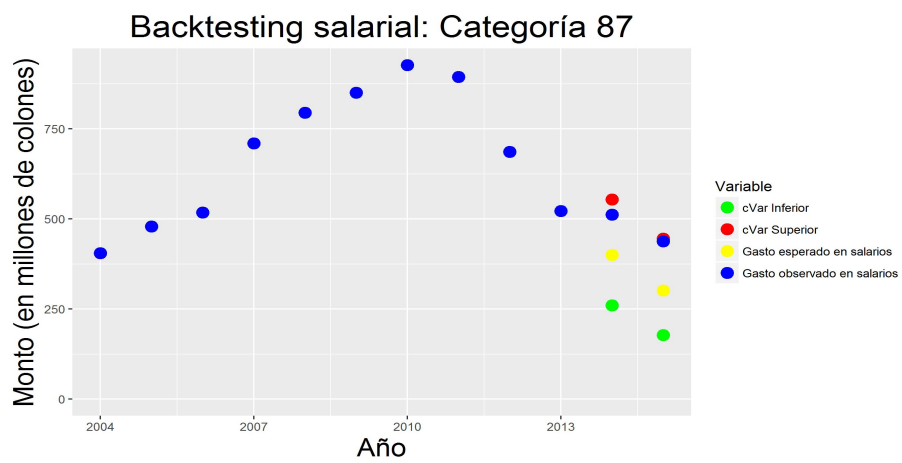
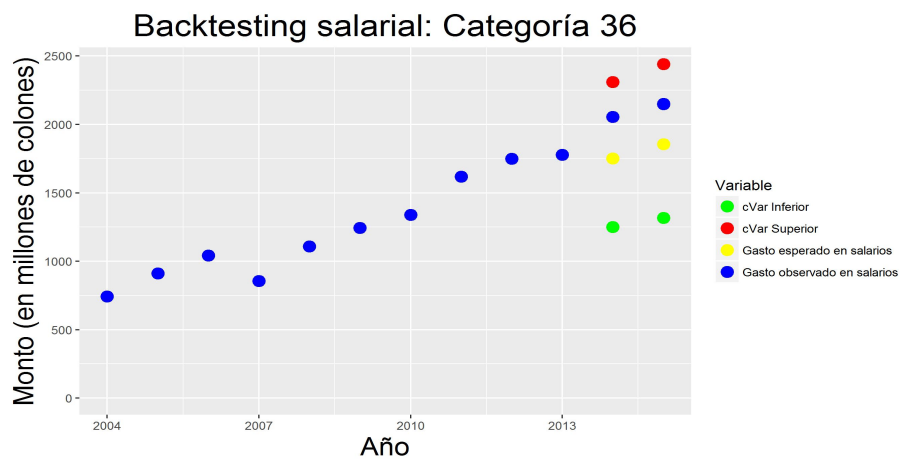
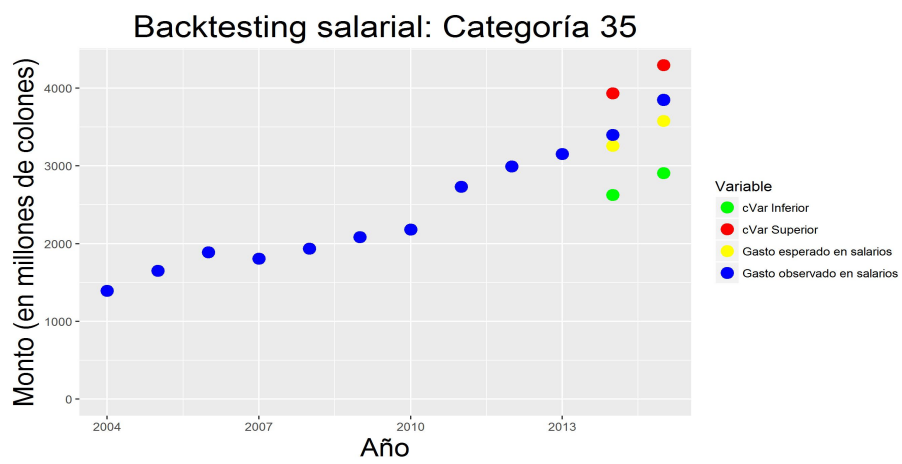


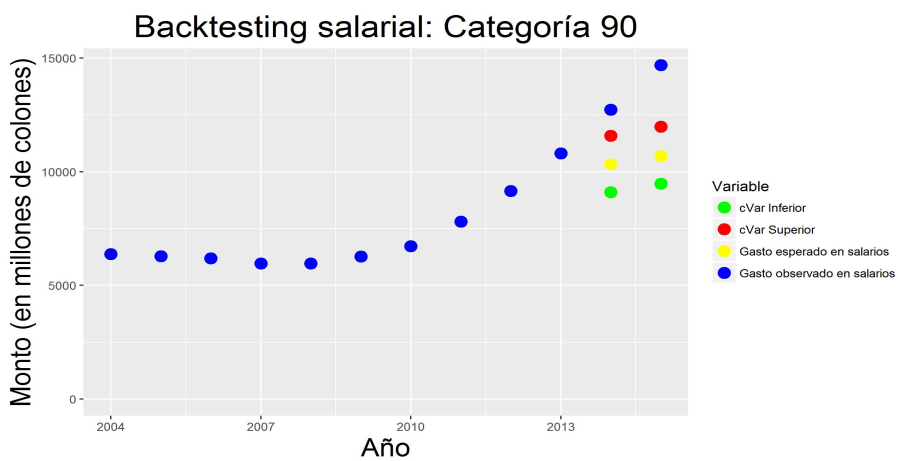
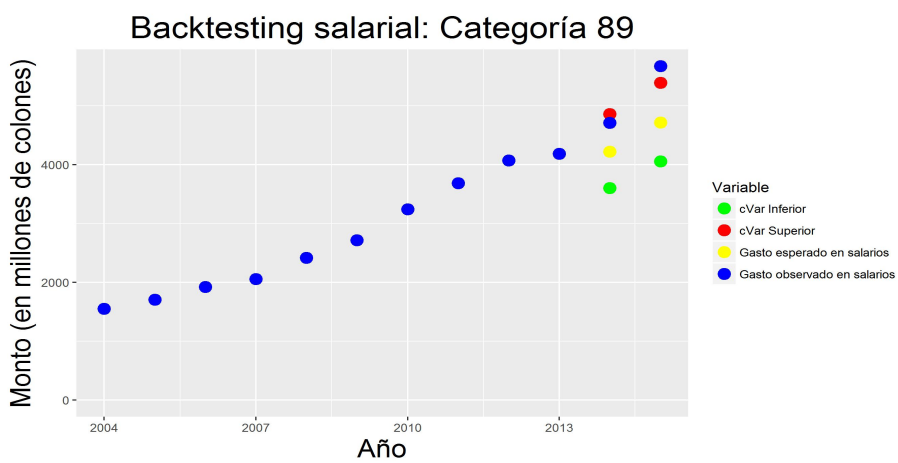
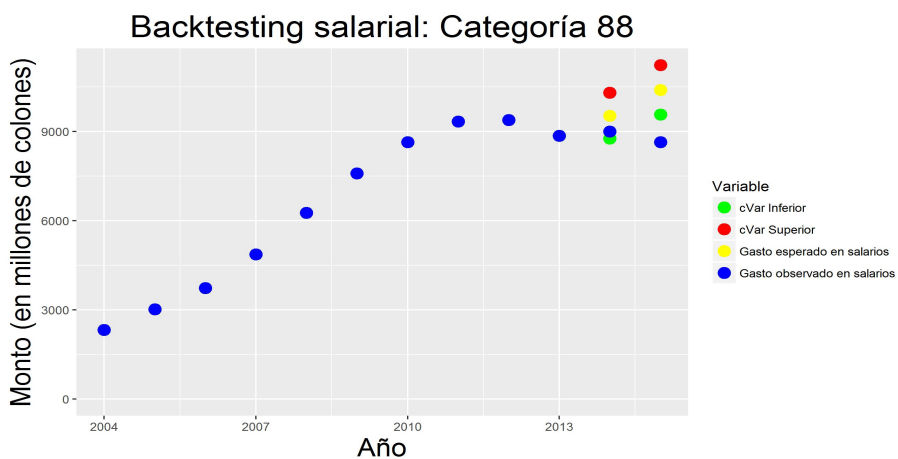


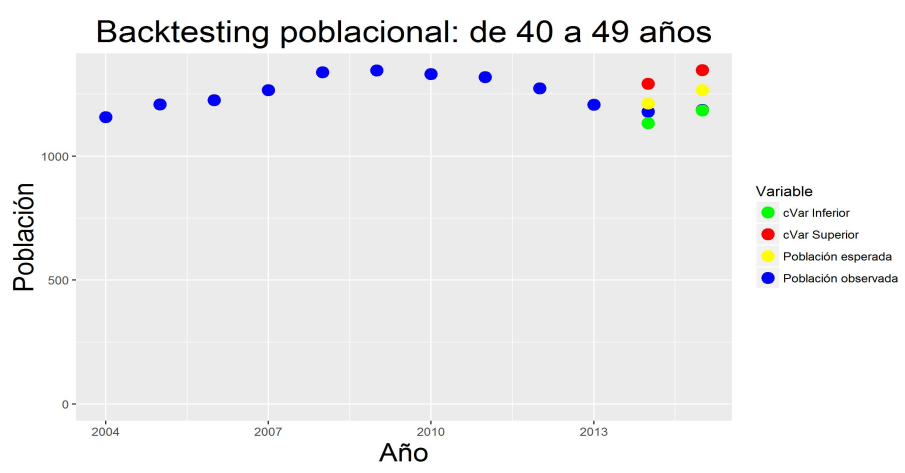
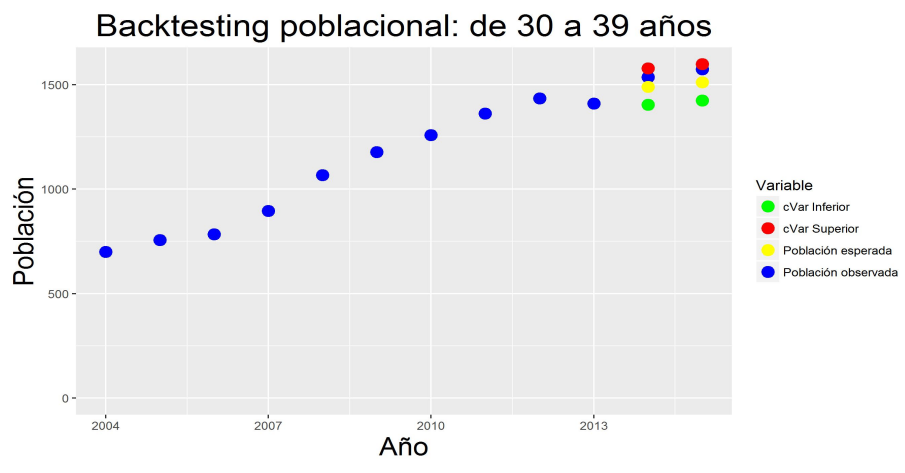
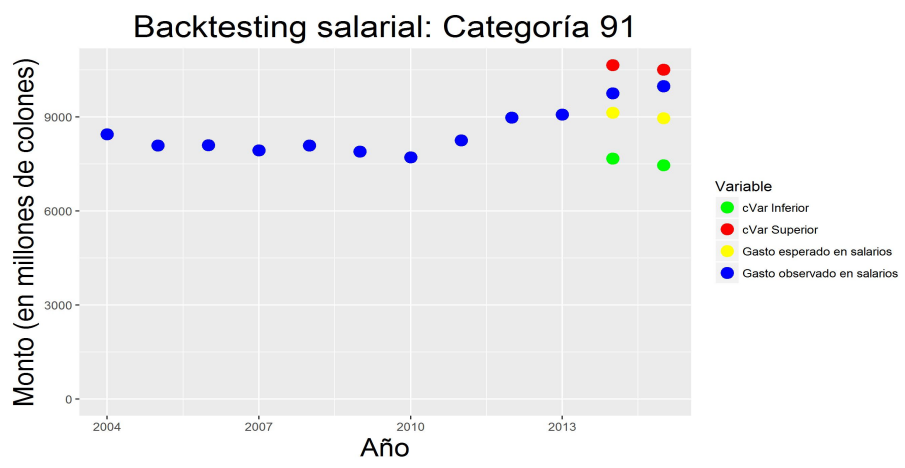




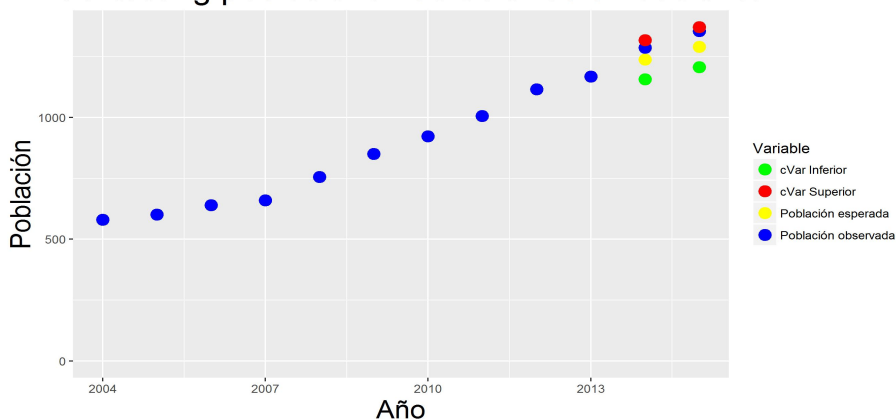




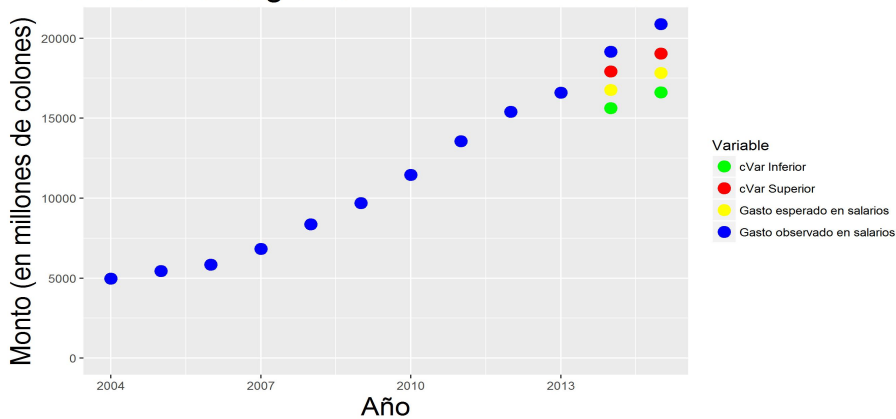




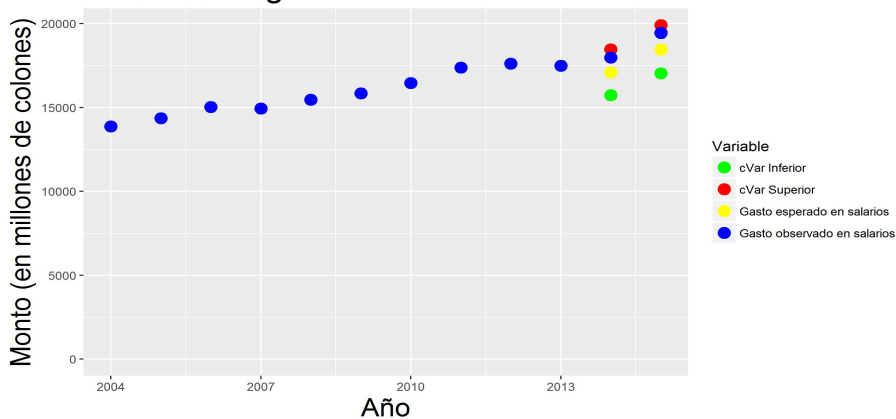
Backtesting poblacional: de 50 años en adelante

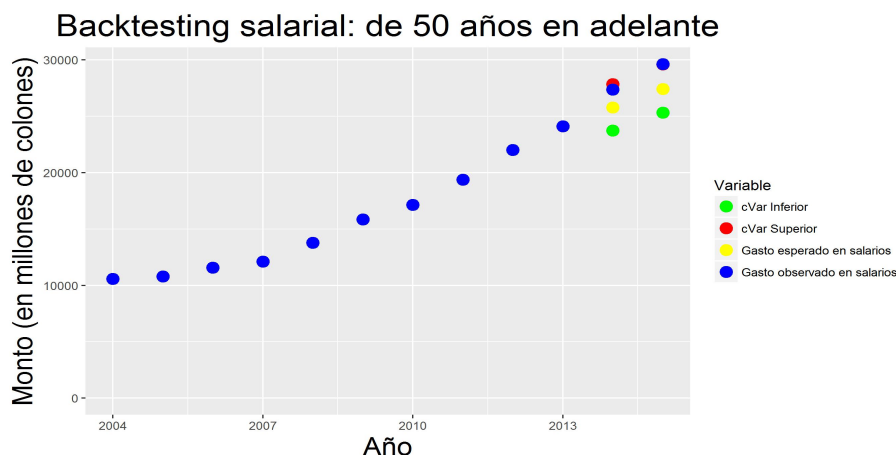


Backtesting salarial: de 30 a 39 años



Backtesting salarial: de 40 a 49 años





0.4.2. Servicios

Alquiler de Cómputo, Equipo, Telecomunicaciones, Mobiliario, Maquinaria, y Otros

Se agregan las cuentas “Alquiler de Maquinaria, Equipo y Mobiliario”, “Alquiler de Equipo de Cómputo”, “Alquiler y Derechos Para Telecomunicaciones”, y “Otros Alquileres”, debido a que su composición es altamente heterogénea (dentro de cada una de estas subcuentas), lo cual queda claro al observar el gráfico de cada una de ellas. Además, la serie agregada muestra un dato outlier en el año 2004, el cual es un 515% del siguiente valor mayor, por lo que se procedió a eliminarlo. Esta serie presenta un comportamiento muy irregular, por lo que se aplicó un test de F -estadístico, donde no se rechaza la hipótesis nula de que la pendiente sea cero (valor crítico es 0.42). En este sentido, y para evitar subestimar en el mediano plazo, se clasifica como cuenta promedio, es decir,

$$X_t = 11.325.470 \cdot (1 + 3,88\%)^{t-2015}.$$

Alquileres de Edificios, Locales y Terrenos

De [9] se extrae que el aumento galopante entre los años 2008-2010 se debe al terremoto de Cinchona, que dejó “dejó sin edificio a diferentes instancias con gran cantidad de personal, tal como la Proveduría Institucional, Vigilancia, PRODEMI, etc”. Aún más, “PRODEMI tiene una propuesta de un fideicomiso para el 2019, que vislumbra el término en gran medida de los arrendamientos. Es importante aclarar, que esta información está sujeta al fideicomiso con entidades bancarias que está en un proceso de negociación, cuya resolución estará a cargo de la siguiente administración universitaria.”

En este sentido, queda claro que la proyección de esta cuenta está altamente relacionada con el préstamo del Banco Mundial, así como por el fideicomiso que se pretende realizar. En [12] se nos desglosan los gastos proyectados en alquileres para los siguientes años, considerando que para el 2020 no van a existir alquileres, esto debido a que los edificios nuevos vendrían a satisfacer la necesidad de espacio.

ESTIMACIÓN DE ALQUILERES 2016 - 2020							
DÓLARES							
		2016	2017	2018	2019	2020	
DEPENDENCIA	ALQUILER MENSUAL \$	MONTO ANUAL \$	MONTO ANUAL \$	MONTO ANUAL \$	MONTO ANUAL \$	MONTO ANUAL \$	FECHA DE ULTIMO PAGO
Bodega de Editorial UNA	\$449.68	\$5,396.16					31 de diciembre 2016
Parqueo de Proveeduría	\$4,195.00	\$50,340.00	\$50,340.00	\$50,340.00	\$50,340.00		31 de diciembre 2019
Proveeduría Institucional	\$23,013.20	\$276,158.40	\$284,443.15	\$292,727.90	\$275,928.27		
Bodega de Mantenimiento	\$3,850.00	\$46,200.00	\$46,200.00	\$46,200.00	\$46,200.00		
PRODEMI	\$4,600.00	\$55,200.00	\$55,200.00	\$55,200.00	\$55,200.00		
Ofic. Comunicación, OTTVE... (Primeros 6 meses de 2016 el costo mensual era de \$9783.12, a partir de Julio pasó a \$14258.89)	\$14,258.89	\$148,727.83	\$171,106.68	\$171,106.68			31 de diciembre 2018
TEUNA	\$1,328.00				\$15,936.00		31 de diciembre 2019
ICOMVIS	\$1,100.00	\$13,200.00	\$13,200.00	\$13,200.00	\$13,200.00		31 de diciembre 2019
Defensoría del Estudiante	\$2,466.00	\$29,592.00	\$29,592.00	\$29,592.00	\$29,592.00	\$29,592.00	31 de diciembre 2020
Vicerrectoría de Investigación, SEPUNA, Congreso Univ., CIEUNA	\$9,960.00	\$119,520.00	\$119,520.00	\$119,520.00	\$119,520.00		31 de diciembre 2019
Diseño C., Salud Lab., Evaluac.	\$33,212.00	\$398,544.00	\$398,544.00	\$398,544.00	\$398,544.00		31 de diciembre 2019
TOTAL EN DÓLARES ANUAL:		\$1,142,878.39	\$1,168,145.83	\$1,176,430.58	\$1,004,460.27	\$29,592.00	

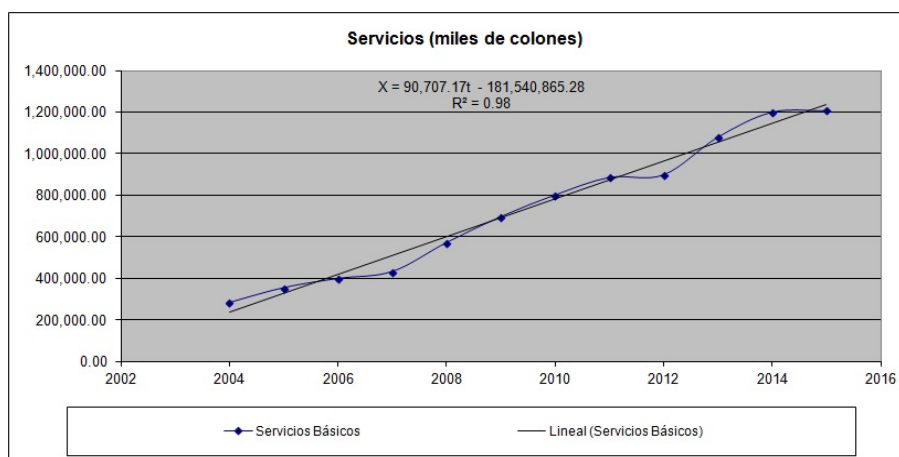
ESTIMACIÓN DE ALQUILERES 2016 - 2020							
COLONES							
		2016	2017	2018	2019	2020	
DEPENDENCIA	ALQUILER MENSUAL ¢	MONTO ANUAL ¢	MONTO ANUAL ¢	MONTO ANUAL ¢	MONTO ANUAL ¢	MONTO ANUAL \$	FECHA DE ULTIMO PAGO
Bodega Reactivos Químicos	¢2,250,000.00	¢27,000,000.00	¢31,050,000.00	¢31,050,000.00	¢31,050,000.00		31 de diciembre 2019
Exjto Académico	¢633,410.95	¢3,800,465.70					31 de julio 2016
SALTRA	¢675,736.90	¢8,108,842.80	¢8,108,842.80	¢7,433,105.90			31 de diciembre 2018
Vicerrectoría de Administración (Fondo de respaldo para situaciones especiales)						¢10,000,000.00	31 de diciembre 2020
TOTAL EN COLONES ANUAL:		¢38,909,308.50	¢39,158,842.80	¢38,483,105.90	¢31,050,000.00	¢10,000,000.00	

CUADRO RESUMEN ESTIMACIÓN DE ALQUILERES 2016 - 2020		
AÑO	DÓLARES	COLONES
2016	\$1,142,878.39	¢38,909,308.50
2017	\$1,168,145.83	¢39,158,842.80
2018	\$1,176,430.58	¢38,483,105.90
2019	\$1,004,460.27	¢31,050,000.00
2020	\$29,592.00	¢10,000,000.00

Servicios Básicos

Esta cuenta aumenta de manera lineal, y es absolutamente estable, debido a que sus aumentos son producto de aumentos en los servicios de: Correo, Agua y Alcantarillados, Telecomunicaciones, Energía Eléctrica, entre otros. Se propone utilizar una regresión lineal para proyectar dicha cuenta, con lo cual se obtiene un nivel de ajuste (R^2) del 98 %, con

$$X_t = 90.707.170t - 181.540.865.280.$$

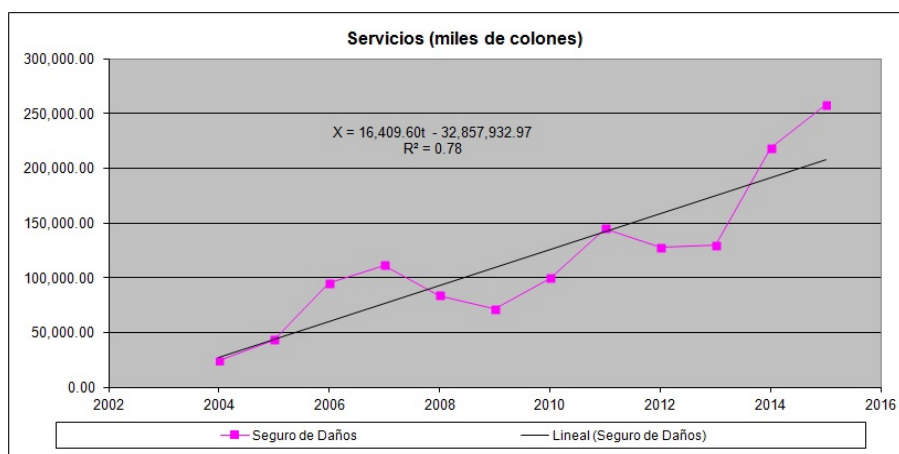


Seguro de Daños

Como se nos explica muy bien en [9], la cuenta “Seguro de Daños” “no tiene ninguna relación con empleados”, por lo que no puede ser abarcado con las cadenas de Markov, apesar de que la cuenta compañera, “Seguros de Riesgos Profesionales”, sí dependa de los empleados y sea modelada con esa herramienta. En el documento anteriormente mencionado, se nos explica que

“la subpartida de seguros de daños contempla las siguientes pólizas de la UNA: Poliza Automóviles, Robo y Hurto, Equipo Electrónico, Equipo Contratista, Carga de Importaciones, Dinero en Tránsito, Obras de Arte, Básica de Accidentes, Viajero Colectivo Dólares y Colones, Fidelidad, Estudiantes, Riesgo Nombrado. La proyección anual siguiente se calcula sobre el monto formulado el año anterior más un 10 % de incremento (según informaci'on del INS).”

Uno pensaría que el comportamiento de esta cuenta debería supremamente estable, sin embargo, no es lo que se observa en el gráfico de la serie histórica. Esto se debe principalmente a la naturaleza impredecible de las distintas pólizas que la componen, por lo que (ante la imposibilidad de predecir el comportamiento con la escasa información recopilada) se propone utilizar esta cuenta como una serie “ruido” con $\hat{X}_t = 16.409.600t - 32.857.932.970$.



Servicios Comerciales y Financieros

La composición de esta es bastante heterogénea, con cuentas realmente difíciles de pronosticar con los datos recopilados. La subcuentas que la componen son:

- Información: Cuenta supremamente estable, con comportamiento bastante lineal ($R^2 = 72\%$).
- Publicidad y propaganda: Cuenta altamente inestable, producto de su propia naturaleza (“ruido” puro).
- Impresión, Encuadernación y Otros: Cuenta realmente estable, con comportamiento realmente lineal ($R^2 = 91\%$).
- Transporte de Bienes: Cuenta muy inestable, con comportamiento bastante oscilatorio (“ruido” puro).
- Transportes Aduaneros: Al igual que en el caso de la subcuenta anterior, es supremamente inestable (“ruido” puro).
- Servs de Transport. Elect. De Informac.: Esta cuenta ha tendido a ir en aumento, con comportamiento errático pero con esa tendencia, que como lo explica la Directora de la Biblioteca Central de la Universidad Nacional (en [9]):

“Como se puede observar el rubro de servicios de transferencia electrónica de información se mantiene por arriba de un 45 % del total de presupuesto y según la tendencia en el mercado de la información y según las necesidades de información de las bibliotecas universitarias, este rubro va a tender a aumentar, ya que cada vez más revistas científicas cambian su formato a electrónicas y aunque en estos años hemos tratado de mantener impreso y electrónico en todas aquellas que lo permitan, ya el espacio en la mayor parte de las bibliotecas del SIDUNA está siendo insuficiente, por lo que vamos a tender a adquirir únicamente en línea.”

Se nota que la naturaleza de esta cuenta, depende de la demanda que posean estos ítems, por lo que (ante la ausencia de información que permita predecirla) es una candidata a serie de ruido.

- **Comis. Y Gastos por Serv. Financ. Y Comerc.:** Esta cuenta presenta un gran problema, producto del cambio en las bases contables del 2008, que la afectan directamente, o como se explica en [9],

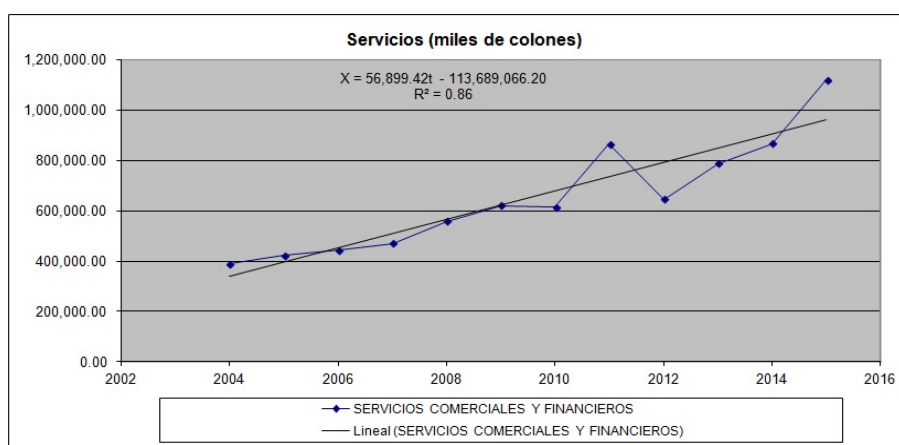
“Es claro que antes del 2008 casi no existían gastos de esta naturaleza, ya que la base presupuestaria, solo registraba gastos cuando se pagaba alguna comisión. A partir del año 2008 siendo este el que tiene el monto más significativo en la serie histórica, por la implementación del sistema Banner Finanzas y con él, se cambia el método de registro con una base devengada y de ahí en adelante se siguen registrando montos importantes con altibajo, derivados del comportamiento de los mercados financieros.”

Esto nos imposibilita para utilizar toda la serie, pues la misma es incomparable entre los periodos 2004-2007 y 2009-2015, dejándonos con solamente siete observaciones utilizables. Claramente, estas son muy pocas observaciones como para extraer tendencias, por lo que se propone promediar los valores de dicha cuenta en el periodo 2009-2015, como un estimador del nivel que alcanza esta subcuenta.

De este análisis notamos que la cuenta madre “Servicios Comerciales y Financieros” puede ser vista como una serie “ruido” con una traslación hacia arriba por un monto igual al promedio de los valores de la subcuenta “Comis. Y Gastos por Serv. Financ. Y Comerc.”. En este sentido, se consigue que

$$\hat{X}_t = 56.899.420t - 113.689.066.200$$

para la serie ajustada (incluida la traslación).

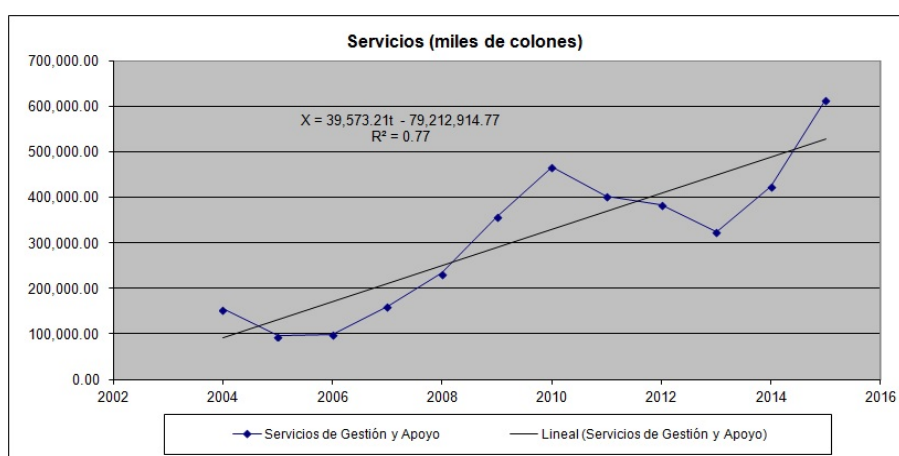


Servicios de Gestión y Apoyo

Esta cuenta es bastante impredecible, producto de la demanda que exista en cada uno de los distintos tipo de servicios que componen dicho rubro, tales como: “Servicios Médicos y de Laboratorio”, “Servicios Jurídicos”, “Servicios de Ingeniería”, “Servicios en Ciencias Económicas y Sociales”, “Serv. De desarrollo de Sist. Informáticos”, “Servicios Generales”, y “Otros Servicios de Gestión y Apoyo”. El comportamiento de estas cuentas se deben, como es explicado en [9], “*ni a cambios contables o políticas internas, se debe básicamente por una disminución en la demanda de estos servicios, en esos periodos*”. Igualmente, la componen cuentas comodín como lo es “Otros Servicios de Gestión y Apoyo”, cuya descripción es: “*Comprende el pago por concepto de servicios profesionales y técnicos con personas físicas o jurídicas, tanto nacionales como extranjeras para la realización de trabajos específicos en campos no contemplados en las subpartidas anteriores*”.

La falta de información sobre el comportamiento de cada una de las subcuentas, provoca que la cuenta madre pueda ser considerada como una serie “ruido”, con

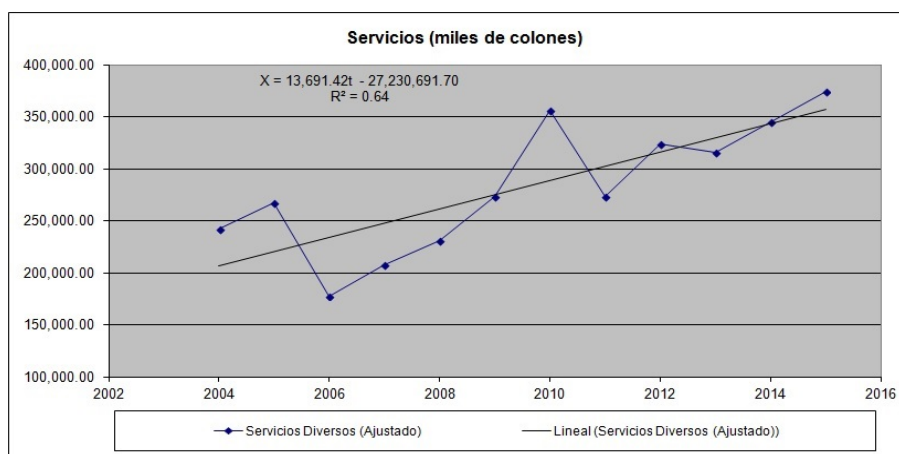
$$\hat{X}_t = 39.573.210t - 79.212.914.770.$$



Servicios Diversos

Esta cuenta se compone de dos subcuentas principalmente: “Intereses Moratorios y Multas” y “Otros Servicios No Especificados”. Los niveles alcanzados por la primera cuenta son realmente bajos, por lo que su comportamiento es irrelevante, y se propone tomar el valor máximo observado de 9 millones (aproximadamente). Por otra parte, como se explica en [9], “*la subpartida “otros servicios no especificados”... responde a la pregunta lo que dentro de servicio y califica en algún concepto, se incluye en esta, o sea “otro” es un comodín*”. Dado esto, esta cuenta es un candidato perfecto para ser una serie “ruido”, con

$$\hat{X}_t = 13.691.420t - 27.230.691.700.$$



Mantenimiento Reparación

Esta cuenta se compone por varias subcuentas, bastante heterogéneas, llamadas: “Mantenimiento de Edificios y Locales”, “Mantenimiento de Vías de Comunicación”, “Mantenimiento de Instalaciones y Otras obras”, “Mantenimiento y Repar. De Maq. Y Equipo Produc.”, “Manten. Y Repar. De Equipo de Transporte”, “Manten. Y Repar. De Equipo de Comunicación”, “Mantenimiento y Repar. De Equipo y Mobil. Oficina”, “Manten. Y Repar. De Equipo de Comp. Y Sist.”, y “Manten. Y Repar. De Otros equipos.”.

De acuerdo con el director de PRODEMI, Francisco Jiménez, “*En materia del mantenimiento de edificios, se cuenta con dos frentes, el mantenimiento correctivo y el preventivo, al respecto comento lo siguiente:*

- *Mantenimiento Correctivo.*

Es claro por muchas razones que la institución no ha contado con una adecuada labor de mantenimiento de su infraestructura en forma adecuada y oportuna, esto conlleva una labor más detallada y lenta, ya que se debe traer a tiempo presente el buen estado de las edificaciones existentes, tarea que implica altas y constantes inversiones, ya que estos edificios presentan en algunos casos deterioros avanzados, se pretende en el mediano plazo tener en buenas condiciones estos edificios, situación que apunta a una reducción considerable de la inversión para estos casos.

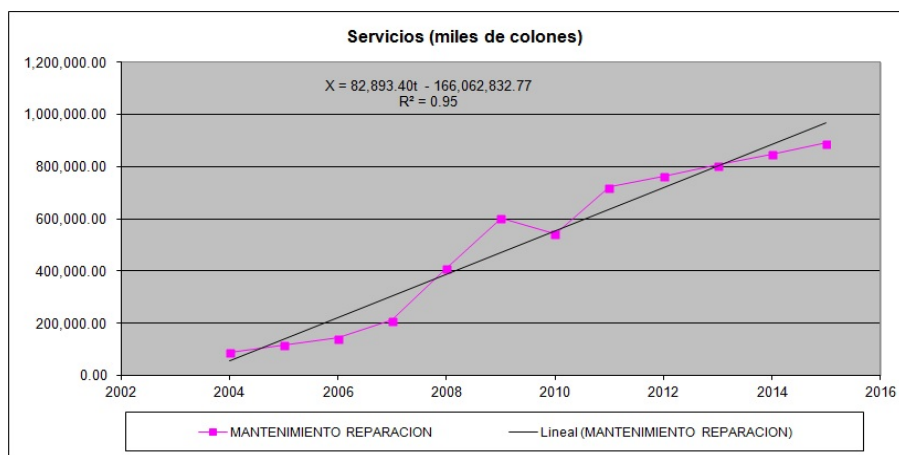
- *Mantenimiento Preventivo.*

En lo que respecta a los nuevos edificios, se han diseñado procedimientos y protocolos de atención periódica de las instalaciones que nos garanticen el mantenimiento y prolongación de la vida útil de los mismos. Es importante mencionar que es necesario incorporar dentro de los presupuestos de los edificios entre un 3 % y 4 % del monto de ejecución de proyecto como adicional para su mantenimiento adecuado anual.”

Del gráfico de esta cuenta madre, queda claro que en los años 2012 y 2013 se inicia el gasto para dejar los edificios en un mejor estado. Estos picos son sustituidos por los valores interpolados

entre los años 2011 y 2014, tratando de recuperar el nivel natural de gasto en mantenimiento. Una vez efectuado este ajuste, se obtiene una serie bastante lineal ($R^2 = 95\%$), dada por

$$\hat{X}_t = 82.893.400t - 166.062.832.770.$$



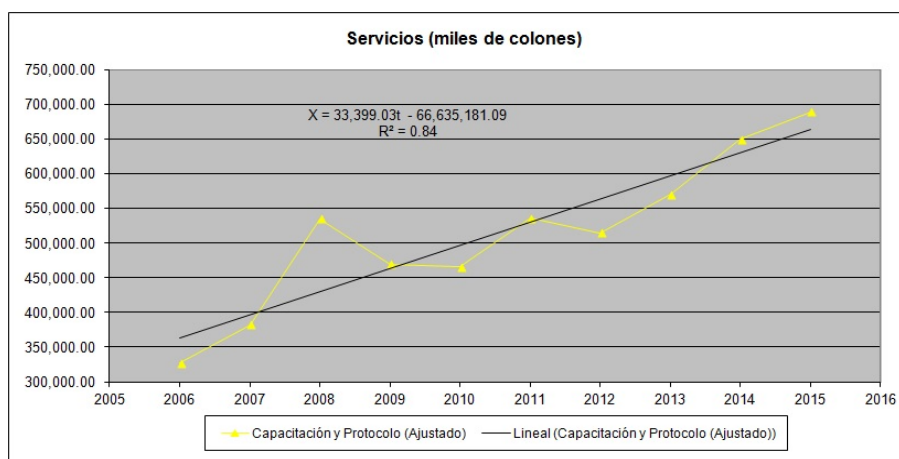
Capacitación y Protocolo

- **Cambio Contable:** Los datos de los años 2000-2005 de las cuentas “Actividades de Capacitación” y “Actividades Protocolarias y Sociales”, no pueden ser utilizados. Como es explicado en [8], “debido a la entrada en vigencia de los nuevos “clasificadores de egresos del sector público” fue necesaria la homologación y reclasificación de cuentas y apertura inclusive de nuevos grupos o partidas de gastos”. Entonces, solo se pueden utilizar los datos en el rango 2006-2015.
- **Estabilización de la Cuenta “Actividades de Capacitación”:** En esta serie se observa un crecimiento galopante, pero en los últimos años se aprecia una estabilización de la misma. Ante la consulta efectuada a los expertos de la UNA, se obtuvo la siguiente respuesta:

“No existe una política definida o tope en este tipo de gasto formalmente, sin embargo, considero que alcanza un equilibrio, y además le agrego que si existe toda una intencionalidad de controlar el presupuesto en esta subpartida, la universidad ha recibido comentarios de entes externos uno de ellos la Asamblea Legislativa, en el cual manifiestan, el por qué existen tantos recursos presupuestados en esa subpartida, por lo anterior, la Administración superior, no va a incentivar a crecer de forma importante en este rubro, pero si probablemente a mantener las condiciones.”
- **Valores Insignificantes de la Cuenta “Gastos de Representación Institucional”:** Este rubro toma valores inferiores a los 2 millones de colones, por lo que su comportamiento es sumamente irrelevante para la predicción de la serie.

En vista de lo esgrimido anteriormente, se propone tomar el valor máximo observado de la cuenta “Gastos de Representación Institucional”, así como utilizar el “nivel de equilibrio” alcanzado por la cuenta ‘Actividades de Capacitación’, a través del promedio de sus valores entre los años 2009-2015. Finalmente, la cuenta “Actividades Protocolarias y Sociales” es una candidata a ser serie “ruido”. En conclusión, la cuenta madre “Capacitación y Protocolo” puede ser proyectada como una serie ruido (ajustada con los datos desde el 2006 hasta el 2015) más una traslación hacia arriba por un monto igual al máximo de la primera subcuenta y el nivel de equilibrio de la segunda subcuenta, anteriormente mencionadas. En este sentido, se obtiene

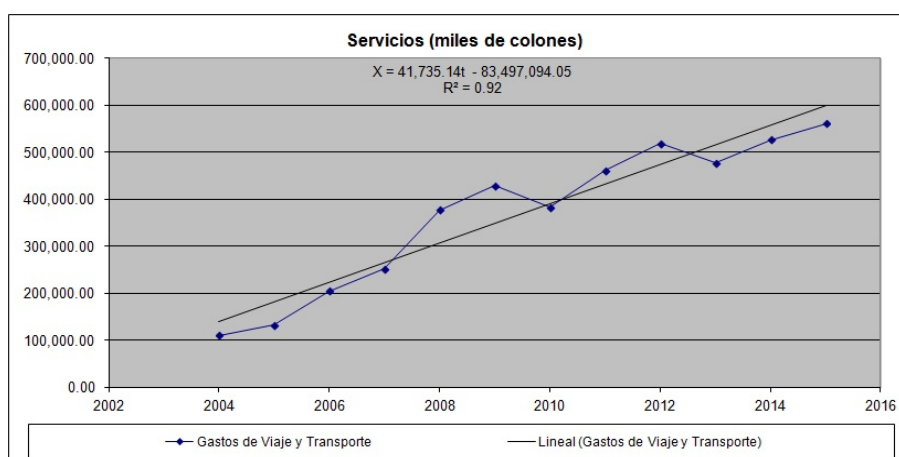
$$\hat{X}_t = 33.399.030t - 66.635.181.090.$$



Gastos de Viaje y Transporte

Esta cuenta es supremamente estable, con leves variaciones, compuesta básicamente por viáticos y transportes dentro y fuera del país. Al ajustarla por una regresión lineal, se obtiene un ajuste del orden de $R^2 = 91,45\%$. Se propone utilizar dicha regresión para proyectar esta cuenta, i.e.,

$$X_t = 41.735.140t - 83.497.094.050.$$

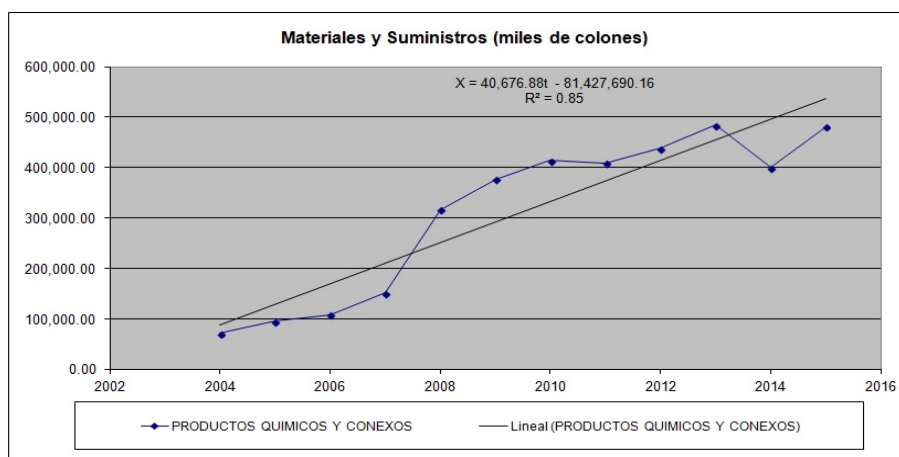


0.4.3. Materiales y Suministros

Productos Químicos y Conexos

Esta cuenta es bastante lineal, tanto así que el R^2 de la regresión lineal aplicada al total, es del orden del 92%. Sin embargo, la misma está compuesta de subcuentas muy irregulares, tales como “Tintas, pinturas y diluyentes” o “Productos Farmacéuticos y Medicinales”. De modo que se tomará esta cuenta como una cuenta “ruido”, con

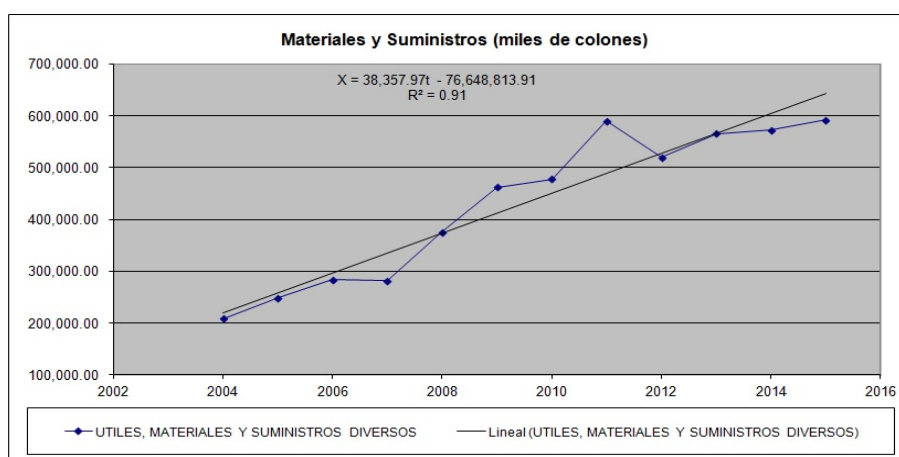
$$\hat{X}_t = 40.676.880t - 81.427.690.160.$$



Útiles, Materiales y Suministros Diversos

Esta cuenta se compone por una gran cantidad de subcuentas, donde todas (excepto dos) son realmente estables y de crecimiento lineal. Al aplicarle una regresión lineal a esta cuenta, se obtiene un R^2 del orden del 92%, con mayoría de cuentas sumamente estables, por lo que se propone que esta cuenta sea proyectada con

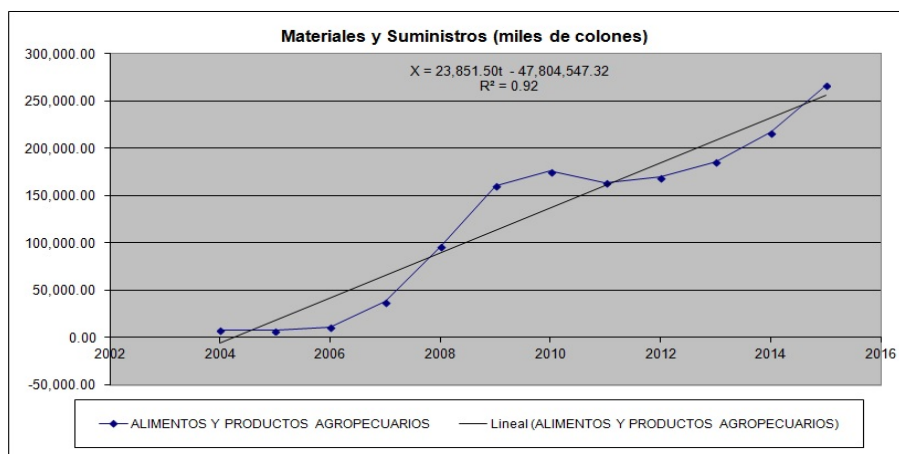
$$X_t = 38.357.970t - 76.648.813.910.$$



Alimentos y Productos Agropecuarios

Esta cuenta está casi totalmente dirigida por la subcuenta “Alimentos y Bebidas” (representa en promedio un 93 % del total gastado en este rubro), la cual se incrementa fuertemente después del 2006, según se nos explicó en [9], en parte por causa de la implementación de “*la contabilización bajo el nuevo clasificador por objeto de gasto del Ministerio de Hacienda*”. Sin embargo, se nota un crecimiento oscilantemente lineal en esta cuenta, por lo que se propone modelar como una cuenta lineal, i.e.,

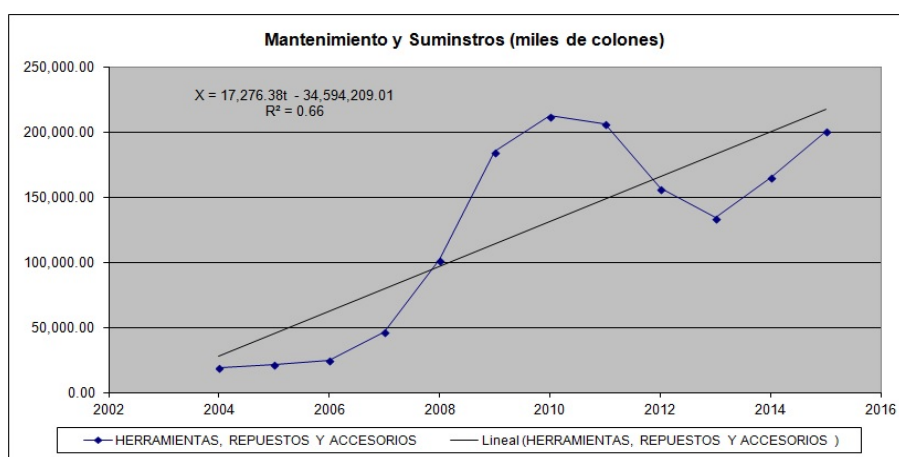
$$X_t = 23.851.500t - 47.804.547.320.$$



Herramientas, Repuestos y Accesorios

Esta cuenta es altamente irregular, con una tendencia a la reducción en los últimos dos años (2012-2015). Este comportamiento tan errático se debe a que sus subcuentas, “Herramientas e Instrumentos” y “Repuestos y Accesorios”, son muy volátiles (pues dependen de la demanda que hay cada año), y esto es confirmado en [9], donde se lee “*existe una explicación determinativa ese es el comportamiento de este grupo de subpartidas*”. En este sentido, la cuenta es una candidata perfecta para ser cuenta “ruido”, con

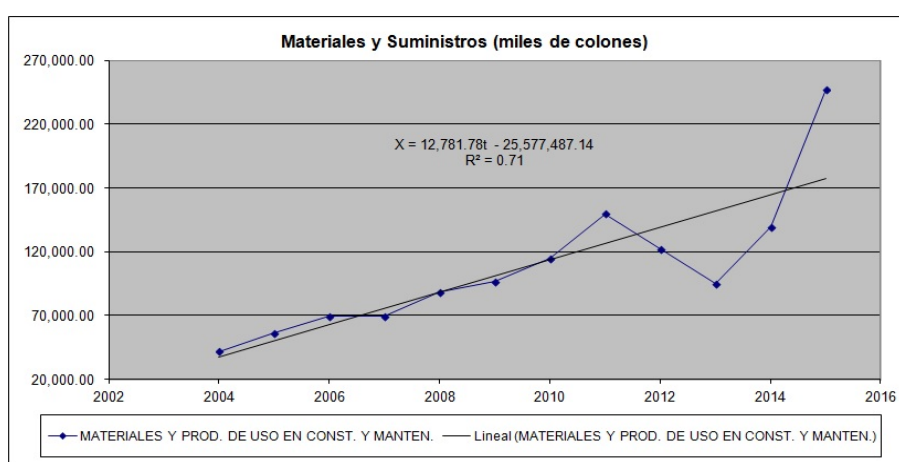
$$\hat{X}_t = 17.276.380t - 34.594.209.010.$$



Materiales y Prod. de Uso en Const. y Manten

Como se nos explica en [8], la mayoría de las subcuentas sufrieron el efecto de “la entrada en vigencia de los nuevos “clasificadores de egresos del sector público””, y se ve dicho impacto en la subcuenta “Otros Mater. Y Prod de Uso en la Construcción”, la cual pierde relevancia después del 2006, y parte de su composición se agrega a las nuevas cuentas, tales como “Materiales y Productos Metálicos”, “Madera y Sus Derivados”, “Materiales y Productos de Vidrio”, “Materiales y Productos de Plástico” y “Materiales y Productos Minerales”. En este sentido, es mejor trabajar con la cuenta consolidada, la cual no sufre ese efecto, pues sus valores son redistribuidos dentro de la misma cuenta madre. En este sentido, tomamos este rubro como una cuenta “ruido” con

$$\hat{X}_t = 12.781.780t - 25.577.487.140.$$



0.4.4. Intereses y Comisiones / Amortización

Comisiones y Otros Gastos

Esta cuenta se compone de dos subcuentas, una relativamente insignificante llamada “Comision s/. Prestamos Internos”, y otra que dirige la cuenta llamada “Diferencias por Tipo de Cambio”. Esta última representa el 100 % de la cuenta madre salvo en el año 2010, donde se registra el único dato de la primera subcuenta, por lo que basta con enfocarse en este rubro predominante. Sin embargo, existen severas limitaciones cuando intentamos predecir el valor de dicha cuenta, puesto que se han dado varias situaciones que enunciaré en orden cronológico:

- Nuevos Clasificadores Contables:** Como se enuncia en [8], debido a la entrada en vigencia de los nuevos “clasificadores de egresos del sector público” fue necesaria la homologación y reclasificación de cuentas y apertura inclusive de nuevos grupos o partidas de gastos, entre las cuales se encuentra la subcuenta “Diferencias por Tipo de Cambio”. Esto provoca que los datos de esta serie antes del 2008 sean totalmente irrelevantes.

- **Crisis Inmobiliaria:** La crisis iniciada en Estados Unidos, afectó gravemente el tipo de cambio, provocando primero una caída del mismo, alcanzando niveles de 494 colones por dólar, para posteriormente subir estrepitosamente, llegando a valores de 590 colones por dólar. Es en el 2011, cuando se estabiliza el tipo de cambio, y se evidencia en los valores que toma la subcuenta “Diferencias por Tipo de Cambio” en el periodo 2011-2015. Esto provoca que los valores del tiempo de crisis (2008-2010) no sean unos correctos predictores del comportamiento de este rubro en el futuro, dejándonos solamente con tres datos.
- **Cambio de Política Cambiaria:** A partir del 2 de Febrero del 2015,⁶ el Banco Central de Costa Rica, en aras de defender las “metas de inflación”, decidió emigrar del régimen cambiario de “bandas” al régimen cambiario de “fluctuación administrada”. Esto provoca que lo observado en el periodo estable (2011-2014) no corresponda a lo que sucederá ante este nuevo régimen, dejándonos sin observaciones utilizables para proyectar dicha cuenta.

Ante esta realidad, se propone promediar los datos estables, observados en los años 2011-2015, y hacerlo crecer junto con la inflación. Está claro que este estimador puede ser errado, sin embargo, el tipo de cambio no se ha visto afectado grandemente ante el cambio de política, de hecho, desde Julio del 2014 hasta Julio del 2015, el tipo de cambio se ha mantenido entre 530-540 colones por dólar, por lo que la estimación podría no estarse desviando mucho del valor real. En conclusión, se propone utilizar

$$X_t = 60.057.820 \cdot (1 + 3,88\%)^{t-2015}.$$

Intereses Sobre Préstamos y Amortización

En [10] se nos brindó el siguiente esquema de pagos:

UNIVERSIDAD NACIONAL
DETALLE DE PRÉSTAMOS (2010-2022)
Al 16 de diciembre del 2015
Cifras en colones corrientes

año	Amortización	INTERESES		
	BNCR/BP	BNCR/BP	HACIENDA-BCIE	TOTAL
2010	13.059.095,20	31.319.658,45	111.023.113,39	142.342.771,84
2011	121.047.247,83	241.671.383,49	384.606.487,06	626.277.870,55
2012	121.789.995,99	267.958.327,26	29.805.920,34	297.764.247,60
2013	150.662.924,75	215.003.002,85	208.820.317,55	423.823.320,40
2014	170.372.998,90	192.867.997,23	87.308.451,24	280.171.388,47
2015	189.008.267,83	173.122.368,30	0,00	173.122.368,30
2016	207.259.783,47	152.409.742,89	21.008.388,72	173.413.131,61
2017	231.243.644,40	128.425.881,96	0,00	128.425.881,96
2018	258.002.889,81	101.666.636,55	0,00	101.666.636,55
2019	287.858.683,95	71.810.842,41	0,00	71.810.842,41
2020	305.618.590,22	38.500.170,51	0,00	38.500.170,51
2021	160.224.292,43	12.836.046,37	0,00	12.836.046,37
2022	28.451.585,22	391.804,25	0,00	391.804,25
Total préstamo	2.244.600.000,00	1.627.983.802,52	842.562.678,30	2.470.546.480,82

Nota: Incorpora datos reales hasta el año 2014, con información actualizada a partir del año 2015, aquellas que impliquen nuevas negociaciones no están consideradas

De este modo, se utilizarán estos valores para rellenar estas cuentas, y bajo el supuesto de no más préstamos nuevos, se llevaría al nivel de cero después del 2022, cuando este préstamo esté pagado por completo.

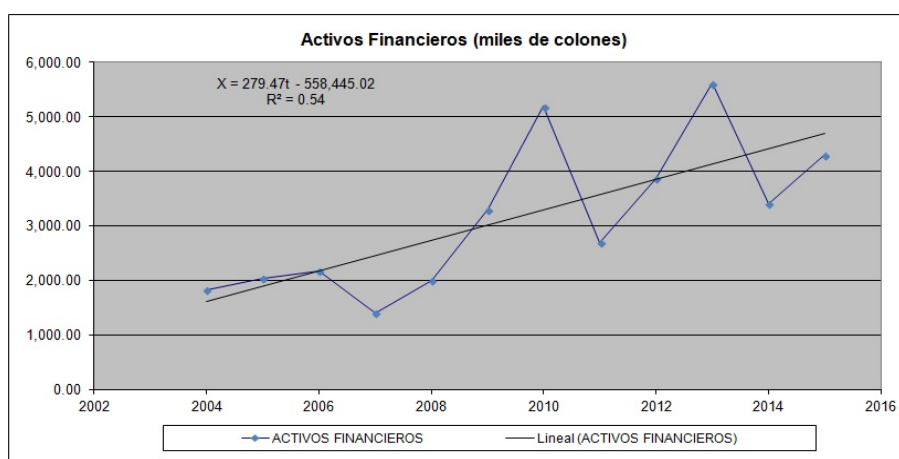
⁶http://www.bccr.fi.cr/politica_cambiaria/

0.4.5. Activos Financieros

Préstamos

Esta cuenta se compone de préstamos a estudiantes, y tiene una tendencia bastante lineal de crecimiento, aunque también presenta varias oscilaciones. Por lo niveles tan bajos de representatividad que posee esta cuenta dentro del total de gastos (su máximo valor es 5 millones y medio de colones), no se torna grave utilizar dicho rubro como cuenta “ruido”, con

$$\hat{X}_t == 279.470t - 558.445.020.$$



0.4.6. Bienes Duraderos

Esta cuenta madre está compuesta por varias subcuentas, alcanzando niveles muy elevados (del orden de 5 mil millones de colones). Las subcuentas son las siguientes:

- **Maquinaria, Equipo y Mobiliario:** Esta cuenta está compuesta por una serie de subcuentas (“Maquinaria y Equipo para la Producción”, “Equipo de Transporte”, “Equipo de Comunicación”, “Equipo y Mobiliario de Oficina”, “Equipo y Programas de Cómputo”, “Equipo Sanitario de Laboratorio e Investigación”, “Equipo y Mobil. Educac., Deportivo y Recreativo”, y “Maquinaria y Equipo Diverso”) que dependen altamente de la demanda que exista para cada una de ellas en determinado año, de ahí que al observar las subcuentas individualmente, se muestran unos comportamientos altamente erráticos e impredecibles.
- **Construcciones, Adiciones y Mejoras:** Esta cuenta es una bastante grande, y que genera un impacto fuerte dentro de los gastos. Lastimosamente, se posee demasiada poca información sobre la naturaleza de dicha cuenta, aunado a un comportamiento absolutamente errático de sus subcuentas (“Vias de Comunicación Terrestre”, “Obras marítimas y fluviales”, “Obras Urbanísticas”, “Instalaciones”, “Otras Construc., Adiciones y Mejoras”).

- Edificios, Bienes Preexistentes y Bienes Duraderos Diversos: La cuenta que más impacta es la de “Edificios”, la cual llega a alcanzar niveles de 4,5 mil millones de colones. El principal problema de estas cuentas radica en que su naturaleza depende de inyecciones de capital (como el préstamo del BCIE, Banco Mundial, fideicomisos, entre otros), y éstas dependen altamente de las políticas implementadas por las autoridades. Esto se nos confirmó en [9], donde se lee:

“Es probable que se compren terrenos con algún edificio existente, pero no es de uso año a año, más bien depende de cada gestión y si voluntad, además de la visión y de la necesidad de expansión por el número d estudiantes, o la visión de un nuevo campus tal como sucedió el 2010 con la compra de Campus Sarapiquí”.

Estas cuentas experimentan cambios solamente en momentos específicos, de una manera similar a la cuenta “Edificios”, la cual sube el nivel cuando existen financiamientos especiales.

Ante estas situaciones, se eliminan los préstamos que financian incrementos atípicos (y exagerados) de los niveles de estas cuentas, en aras de encontrar un nivel “natural” de inversión en edificios, construcciones, vías, etc. Aquí notamos que el comportamiento es estable después del 2009, con un nivel promedio de 5.936.310.390 millones de colones, por lo que se propone dejar este nivel de gasto tomar esta cuenta madre como una cuenta promedio, es decir,

$$X_t = 5.936.310.390 \cdot (1 + 3,88\%)^{t-2015}.$$

0.4.7. Transferencias Corrientes

Transferencias Corrientes Sector Público

Se nos comenta en [9] que *no existe una política definida para este tipo de subpartida, ya que depende de los acontecimiento de cada año*. Lo bueno es que los valores de este rubro no son elevados, alcanzando un tope en el 2015 de 88,1 millones de colones, un monto relativamente insignificante. De este modo, y en un sentido de práctica conservadora, se propone tomar este último valor máximo como el valor futuro, ajustado por inflación, es decir,

$$X_t = 88.098.230 \cdot (1 + 3,88\%)^{t-2015}.$$

Transferencias Corrientes A Personas

Esta cuenta se compone de cuatro subcuentas, de las cuales tres de ellas (“Becas a Funcionarios”, “Ayudas a Funcionarios”, y “Otras Transferencias a Personas”) son un tanto erráticas, sin embargo, la subcuenta principal “Becas a Terceras Personas”, que es la que dirige la cuenta madre, posee un comportamiento absolutamente estable y lineal. Es importante aclarar que esta subcuenta líder es de las que se vio afectada con el cambio de base contable, como lo muestra [9] en el extracto: *“esto obedece al cambio de base de registro, antes del 2008 las becas se registraban solo lo que se pagaba, a partir de dicho año, se registra tanto lo pagado como la exoneración de matrícula que se considera como un gasto por beca”*. Igualmente, después del 2009 se muestra un aumento en el crecimiento, el cual es explicado en el mismo documento de la siguiente forma:

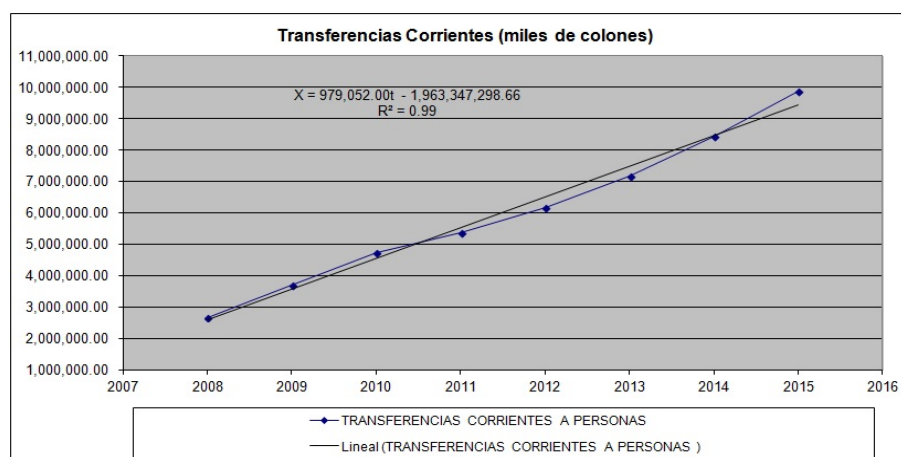
El Sistema de Admisión que se instauró en el año 2009, impactó el fondo de becas debido a que implicó un cambio en el perfil de la población de nuevo ingreso que generó un incremento de población:

- proveniente de zonas rurales
- proveniente de distritos del nivel de desarrollo bajo y muy bajo.

Este cambio en el perfil de la población implica mayor demanda de becas socioeconómicas 100 % de exoneración y/o con ayuda socioeconómica.

Dicho esto, se aplica la regresión lineal a los datos después del 2008, momento en que se inicia la nueva etapa de crecimiento con datos homogéneos. Al aplicarle una regresión lineal a la cuenta madre, se observa que se alcanza un R^2 del 99 %, por lo que se propone proyectar con la ecuación

$$X_t = 979.052.000t - 1.963.347.298.660.$$



Prestaciones

Esta cuenta viene a complementar lo faltante por el fondo de cesantía a la hora de que se terminan las relaciones laborales con algún empleado universitario. En la serie se observa un comportamiento que ronda los 1000 millones de colones, donde en el 2008 y 2009 dicho monto es inferior a este nivel, lo cual puede justificarse con la crisis financiera mundial, que provocó que las personas buscaran mantener sus puestos en instituciones públicas por seguridad laboral. En [8] se explica que en el 2007 se crea el *Fondo de Cesantía Institucional* y el traslado de esos recursos a los entes Universitarios respectivos, sean estos: *Coopeuna* (*Cooperativa de Trabajadores de la UNA*), *Asouna* (*Asociación de Trabajadores de la UNA*) y *Fondo de Beneficio Social*, sin embargo, este fondo devuelve los intereses generados a los empleados, evitando ser un fondo de capitalización, y perdiendo valor conforme pasa el tiempo. En este sentido, se corrobora con los datos que el monto dedicado a prestaciones por parte de la UNA se ha mantenido en los mismo niveles apesar de la creación de

este fondo. En este sentido, se propone tomar el nivel de mil millones de colones y aumentarlo con la inflación, es decir,

$$X_t = 1.100.000.000 \cdot (1 + 3,88\%)^{t-2015}.$$

Cabe mencionar que aunque dicha cuenta pertenece a lo laboral, la información correspondiente al balance ahorrado por cada trabajador no ha podido ser obtenido para este estudio, por lo que se utilizará este estimador para proyectarlo.

Transferencias Corrientes a Empresas Privadas Sin Fines de Lucro (Sin Transferencias Corrientes A Asociaciones)

Se entiende que la subcuenta “Transferencias Corrientes a Fundaciones” se ha mantenido un nivel de 200 millones de colones en los años 2012-2013, pero también se afirma en [9] que *han ingresado recursos del exterior para el proyecto Saltra, que motivó a un convenio con una solicitud expresa que fuera trasladado a dicha Fundación, este último se viene efectuando en el 2013, 2014 y finaliza en el 2015*, por lo que se esperaría una caída en esta cuenta al finalizar el proyecto Saltra. Sin embargo, se lee en [10] que *como resultado se indica que al 15/12/2015 han ingresado recursos para ser trasladados hacia la FUNDAUNA por un monto de 265,11 millones, asimismo, se esperaba recibir 351 millones, como se observa es un monto muy superior al presupuestado con un incremento del 67,14 % sobre lo esperado y un 26,19 % sobre lo que realmente ha ingresado versus lo presupuestado. Por lo anterior, se esperaría que para el 2016 el monto también supere el presupuesto ya formulado, por lo que se está solicitando a la OTTVE una actualización de esta proyección. El comportamiento de los últimos años nos indica que el nivel de ingreso no sería menor a 300 millones anuales. Sin embargo, hacemos la salvedad que dicho rubro tiene un comportamiento muy impredecible.*

En vista de estas observaciones, se propone utilizar un nivel de 300 millones ajustado por inflación para proyectar el futuro de esta cuenta, es decir,

$$X_t = 325.000.000 \cdot (1 + 3,88\%)^{t-2015},$$

después de agregarle el nivel medio de la subcuenta “Transf. Corr. A Otras Entidades Sin Fines Lucrativos”, que ronda los 25 millones de colones.

Otra Transferencias Corrientes Al Sector Privado

Esta cuenta se compone solamente de “Indemnizaciones”, las cuales son altamente oscilatorias y erráticas, imposibilitando su predicción. Sin embargo, por causa de los valores relativamente insignificantes de la misma, alcanzando un valor máximo en el 2009 de 61 millones de colones. Replicando lo efectuado en la cuenta “Transferencias Corrientes Sector Público”, utilizando prácticas conservadoras, se propone tomar este valor máximo como el valor futuro, ajustado por inflación, es decir,

$$X_t = 61.804.130 \cdot (1 + 3,88\%)^{t-2015}.$$

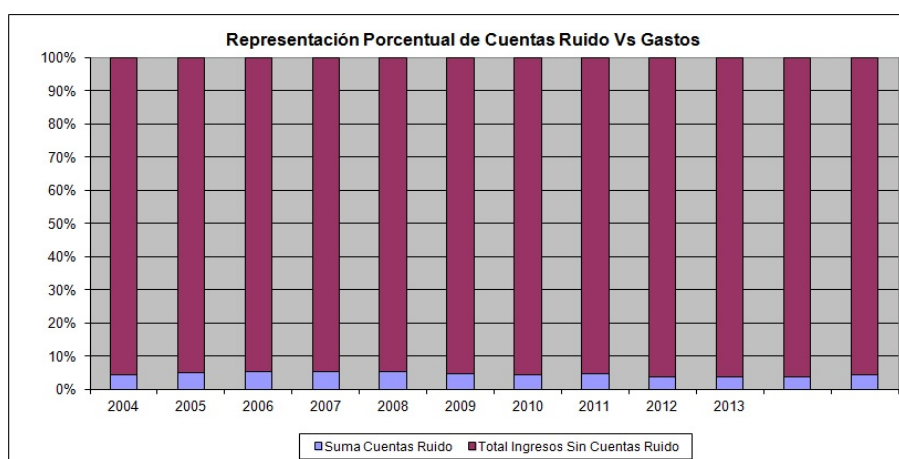
Transferencias Corrientes Al Sector Externo

Esta cuenta es realmente insignificante, tomando un valor máximo en el 2009 de 31 millones de colones. Sin embargo, se observa que dicho valor no es usual, ya que durante toda la década se observa que la misma ronda los valores entre 6 millones y 17 millones, con un valor medio (ajustado por inflación) de 18 millones. En este sentido, se propone, al igual que con la cuenta anterior, utilizar este valor promedio ajustado, aprovechando que son montos muy bajos, es decir,

$$X_t = 18.000.000 \cdot (1 + 3,88\%)^{t-2015}.$$

0.4.8. Porcentaje Cuentas Ruido Vs Gastos Totales

Repitiendo el cálculo efectuado en la parte de ingresos, con el fin de estimar el impacto de las cuentas ruido dentro del total de egresos, se logra notar que el mismo se mantiene en niveles relativamente bajos, es decir, el porcentaje máximo alcanzado por la agregación de las series “ruido” es de un 5 %, y en promedio no supera el 4,4 % del total de ingresos.



Parte II

**Proyecciones Demográficas y
Financieras**

A continuación se presentan los resultados arrojados por el modelo para la proyección de las personas contratadas por esta institución así como los gastos generados por éstos. También serán mostrados los resultados de las proyecciones de ingresos y gastos no laborales, completando así la generación de los insumos necesarios para la estimación del FEES de equilibrio.

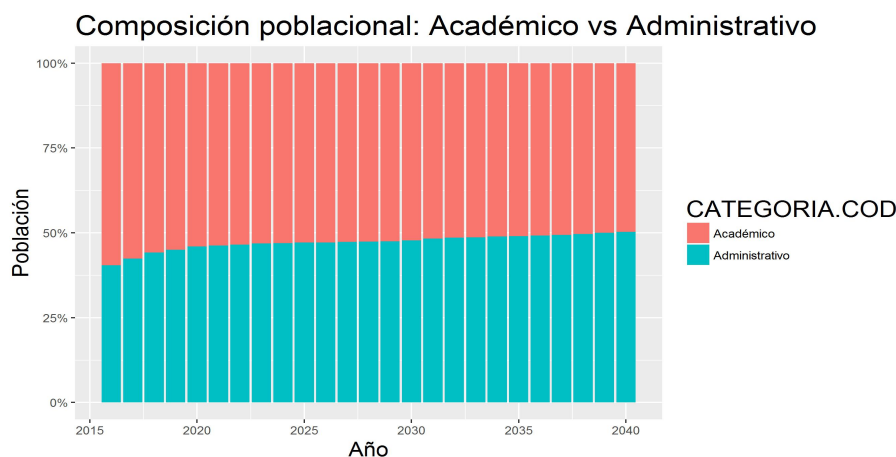
0.5. Proyecciones Demográficas

Después de efectuar la generación poblacional por n -tuplas, se observaron dos eventos importantes para efectos de la sostenibilidad, y que se analizarán a continuación.

0.5.1. Población de Administrativos Vs Académicos

Se percibe un incremento rampante de la rama administrativa de la Universidad Nacional, lo cual puede ser producto del aumento en los recursos como consecuencia del mayor monto de FEES asignado a esta institución.

El siguiente gráfico presenta el porcentaje que representan los académicos y los administrativos dentro de la población laboral total.



Inicialmente representan el 37% de la población laboral, y rápidamente alcanzan niveles alrededor del 50%. Aparentemente este incremento se debe principalmente a ingresos en las categorías 11, 12, 21, 22, 23, 24, 25.

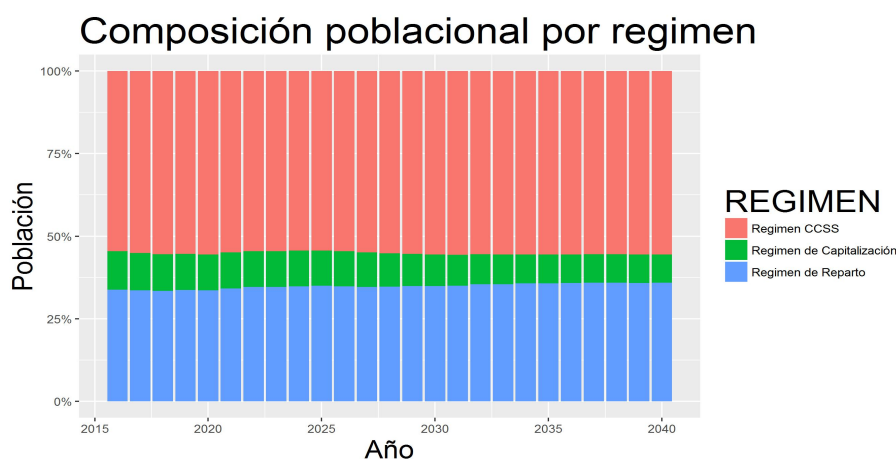
Siendo la universidad una institución principalmente educativa, se comprende la predominancia del sector académico, y es posible que existan proyectos (como verificaciones de requisitos de becas) que justifiquen el incremento de los administrativos. Sin embargo, es importante que se efectúe una revisión interna para confirmar que los puestos administrativos creados son, en efecto, esenciales para la institución, y evitar de este modo el incremento innecesario de los gastos.

0.5.2. Población de Edad Mayor a 50 Años

Se muestra un incremento sustancial en la cantidad de personas trabajadoras que tienen más de 50 años de edad. Como este grupo de edad tiene probabilidades de entrada muy bajas⁷ se puede afirmar que lo que se está observando es una “acumulación” de personas mayores.

Esto se puede deber al tipo de régimen al que pertenecen, puesto que las personas en este grupo de edad, por haber hecho carrera en esta institución, gozan de salarios elevados, lo que incide en su reticencia a la jubilación (tomando en cuenta que la pensión máxima a la que pueden aspirar sería bastante inferior al salario que perciben).

En el siguiente gráfico se presenta la distribución representativa dentro de este grupo de trabajadores mayores a 50 años.

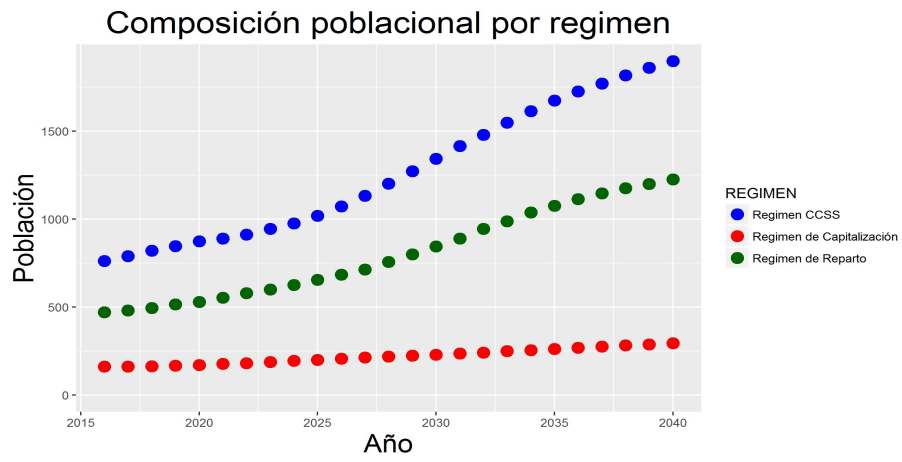


No queda duda que las personas mayores a 50 años pertenecientes al Régimen de Capitalización del Magisterio reduce su participación, mientras que tanto el Régimen del IVM y el Régimen Transitorio de Reparto del Magisterio Nacional ganan protagonismo (aún más del que ya tenían).

Esto valida la creencia de que los trabajadores del sistema de capitalización, ante sus pensiones más elevadas, están dispuestos a jubilarse, mientras que los empleados afiliados a los otros dos regímenes prefieren permanecer laborando en la institución. En términos poblacionales podemos confirmar la elevada concentración que sufre este grupo de edad a lo largo del tiempo, evidenciando que los del Régimen de Capitalización fluyen sosteniblemente en contraposición de los otros dos regímenes que aumentan su cantidad de personas de manera galopante.

⁷La UNA casi no contrata personas en este grupo de edad, sino que en la mayoría de casos son personas que hicieron carrera en dicha institución.

El siguiente gráfico muestra la veracidad de esta afirmación.

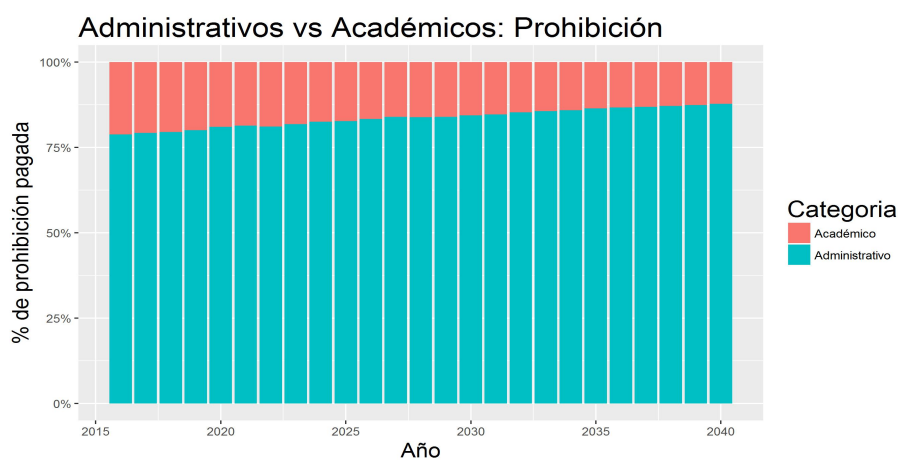


0.6. Proyecciones Financieras

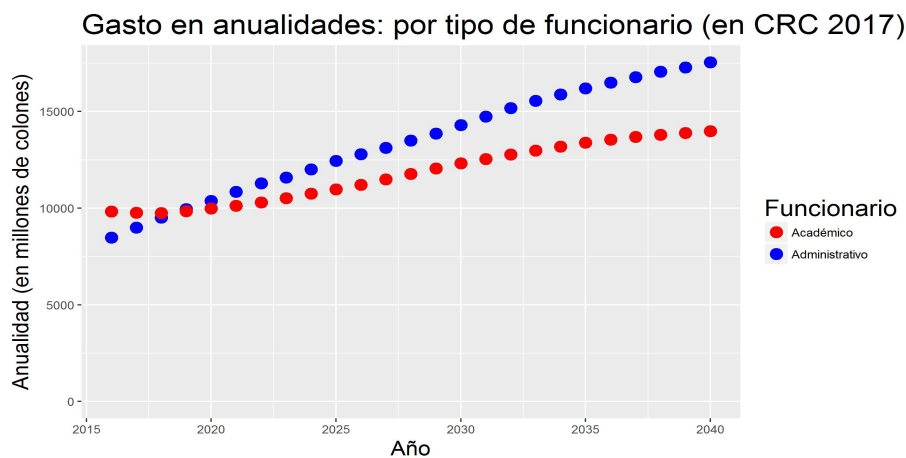
Ahora se procederá a analizar el impacto en gastos producto de los incrementos en administrativos, y la acumulación de las personas mayores a 50 años. También se analizará el crecimiento en ingresos, gastos no laborales, gastos laborales.

0.6.1. Gastos Administrativos Vs Académicos

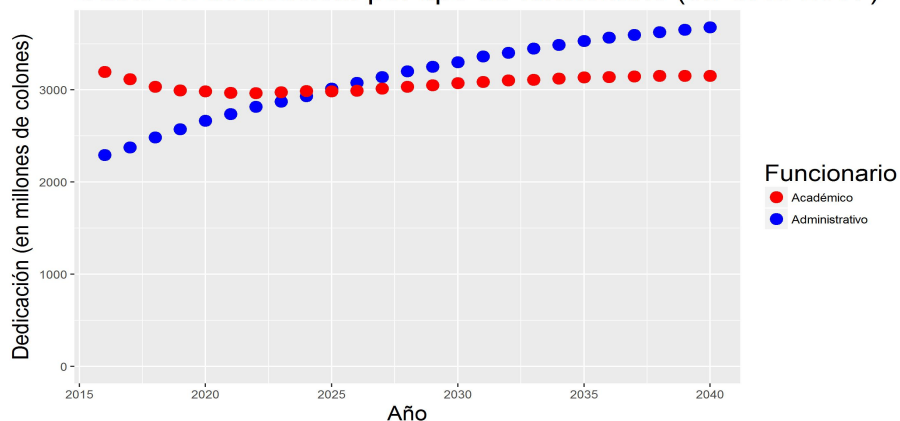
El crecimiento tan acelerado de los administrativos, como se mencionó en la sección anterior, tiene graves consecuencias en los gastos derivados de ellos, principalmente porque una cantidad importante de estos trabajadores poseen pluses como prohibición. El siguiente gráfico muestra la proporcionalidad representativa del pago de prohibición entre académicos y administrativos, y en el cual queda claro la dominancia de los segundos en cuanto a este pago.



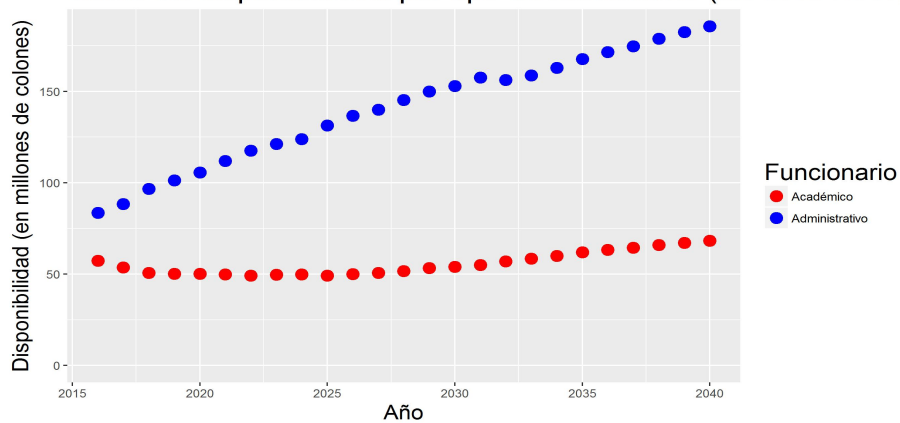
A continuación se presentarán los montos gastados (en colones del 2017) por concepto de los pluses principales (anualidad, dedicación exclusiva, disponibilidad y prohibición) para los administrativos y para los académicos.



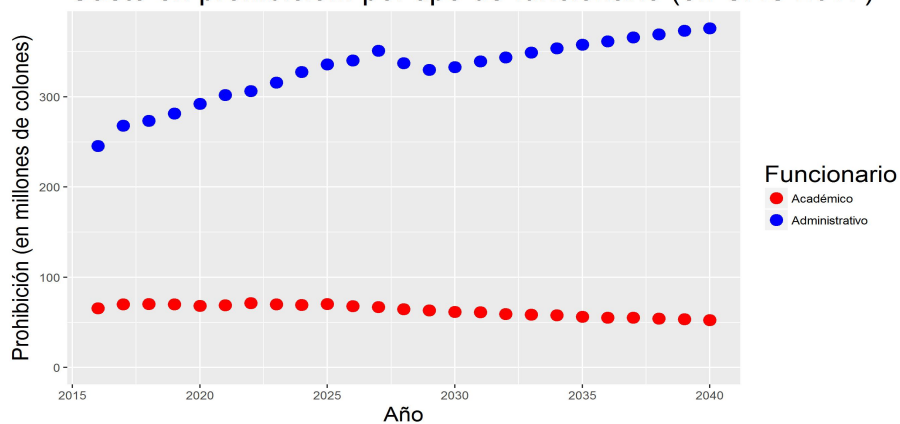
Gasto en dedicación: por tipo de funcionario (en CRC 2017)



Gasto en disponibilidad: por tipo de funcionario (en CRC 2017)



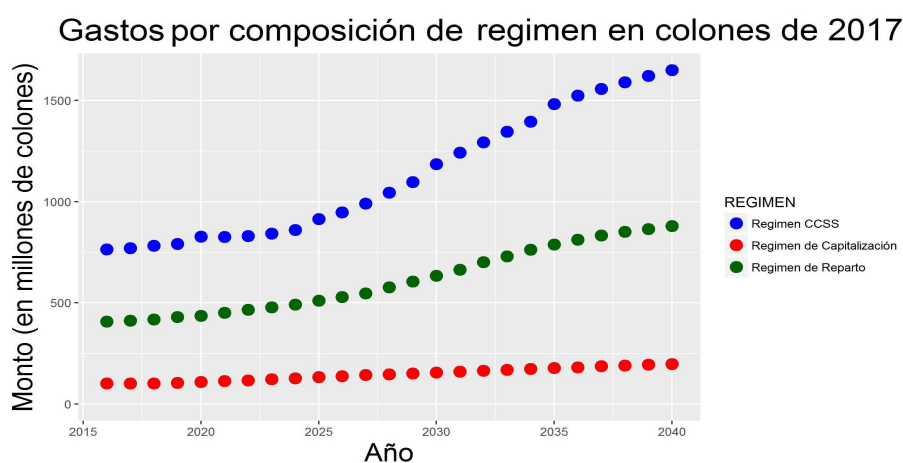
Gasto en prohibición: por tipo de funcionario (en CRC 2017)



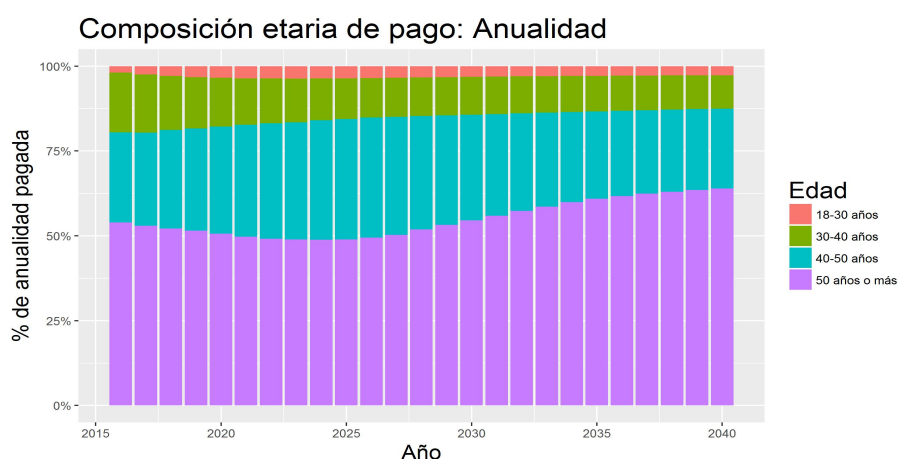
No queda duda en que el incremento de los administrativos están generando un aumento relevante en los gastos de la universidad, especialmente en rubros como disponibilidad o prohibición, donde llegan hasta a cuadruplicar lo gastado en los académicos por el mismo rubro.

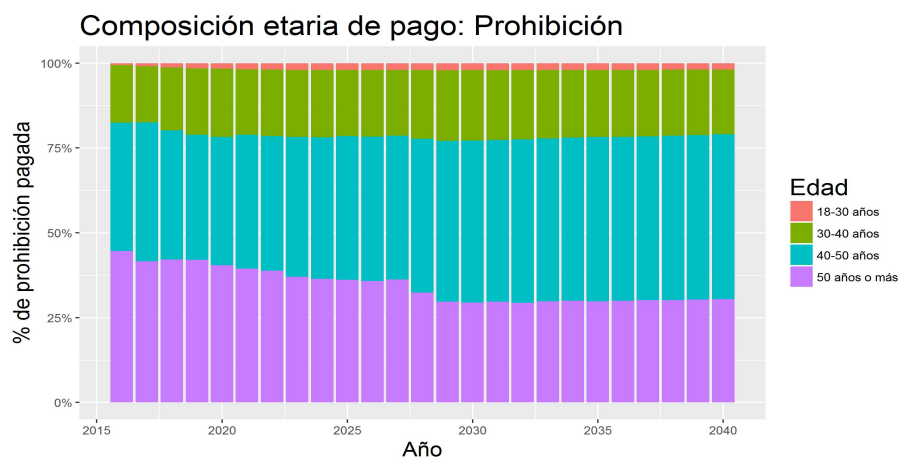
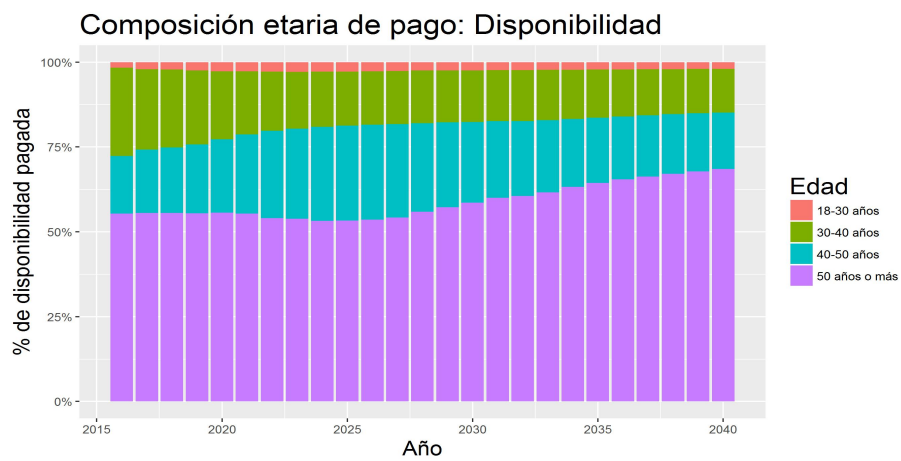
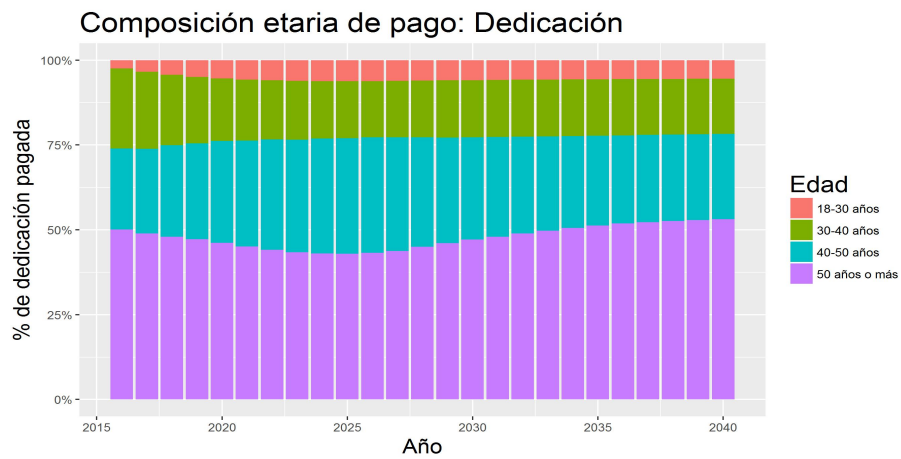
0.6.2. Gasto en Personas Mayores a 50 Años

Como es de esperar, los gastos salariales en este grupo se elevan de manera exponencial, llegando a cuadruplicarse en los siguientes 25 años. Dividiendo los montos por tipo de régimen, notamos que los gastos producidos por personas de este grupo de edad, pero que pertenecen al Régimen de Capitalización del Magisterio, son sumamente estables, tanto así que se tornan prácticamente constantes en términos reales (colones del 2017). En contraposición, los gastos para las personas en los otros dos regímenes, fácilmente se duplican en términos reales durante el periodo del estudio. El siguiente gráfico muestra lo esgrimido aquí.



A continuación se muestra la representatividad de los gastos en los principales pluses salariales para los distintos grupos de edad.

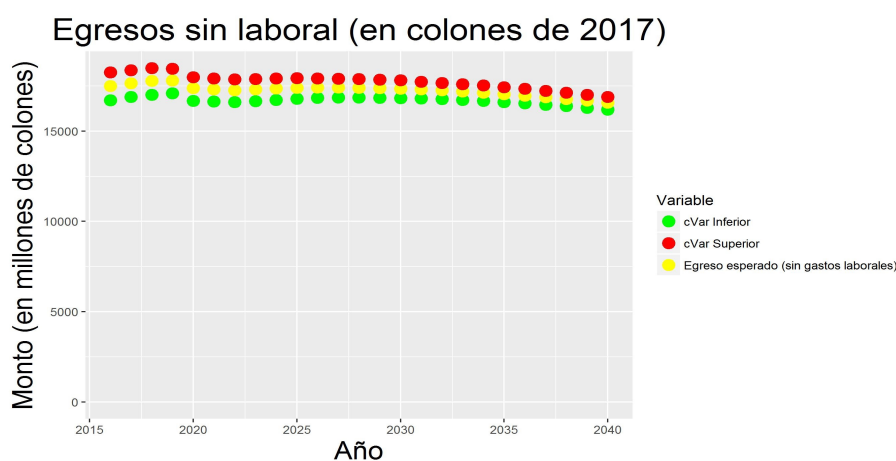
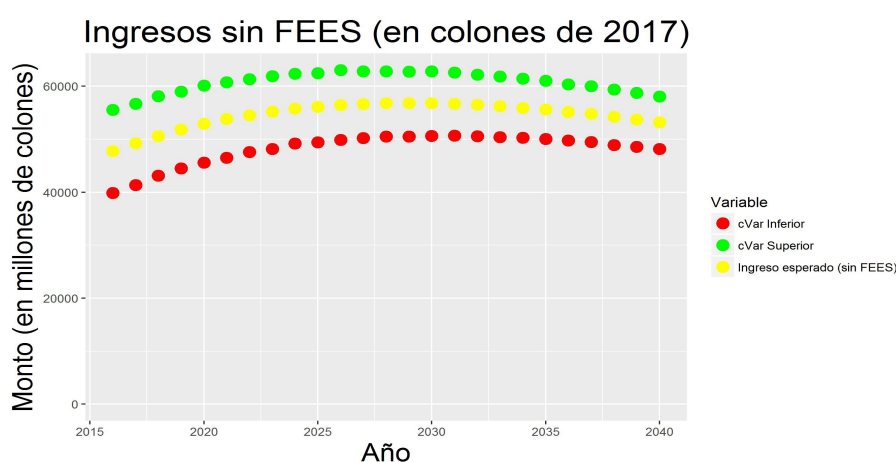




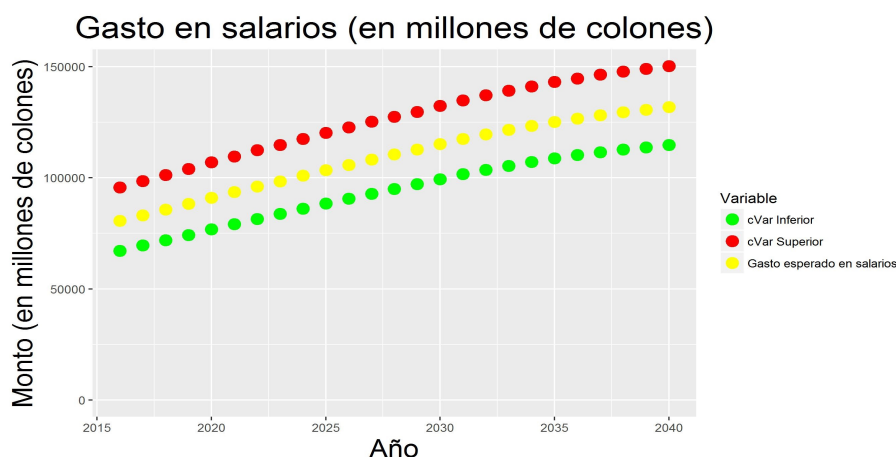
Queda en evidencia que, exceptuando prohibición, el grupo de personas con más de 50 años son los que gozan de más pluses salariales, representando más del 50% de lo gastado en la universidad por estos rubros. Ante una situación de este tipo, no es sostenible la acumulación de trabajadores en este grupo de edad, empero, es lo que está ocurriendo.

0.6.3. Ingresos y Gastos

En contraposición con lo observado en gastos salariales, tanto los ingresos (sin FEES) y los gastos sin “laboral” se muestran altamente estables a lo largo del tiempo, tanto así que son prácticamente constantes en terminos reales (colones del 2017). Presentamos los respectivos gráficos que muestran dicho comportamiento.



A diferencia de estos gráficos, el correspondiente al gasto real (colones del 2017) en salarios, exhibe un crecimiento de los mismos. Esto es preocupante pues, como veremos, conlleva a la futura insostenibilidad de la universidad.



0.6.4. FEES de Equilibrio

De acuerdo con la definición de sostenibilidad escogida por la Universidad Nacional, el FEES de equilibrio es aquel que sea capaz de satisfacer las siguientes tres condiciones:

- **Gastos Específicos Vs Ingresos Específicos:** Los gastos específicos que son pagados con FEES representan alrededor del 6 % de los egresos totales (incluyendo laboral). Por otra parte, el porcentaje del FEES que se destina a recursos específicos es alrededor del 10 %, por lo que la primera condición a cumplir es

$$10 \% \cdot \text{FEES}_t^{(1)} = 6 \% \cdot \text{Gastos Totales}_t.$$

- **Gastos Vs Ingresos:** Es necesario que el balance final de los estados financieros, incluyendo el superávit del siguiente año⁸, debe ser no negativo. Es decir, es necesario que se cumpla la segunda condición dada por

$$\text{Superávit}_{t+1} = \text{Ingresos Sin FEES}_t + \text{FEES}_t^{(2)} - \text{Gastos Totales}_t.$$

- **Porcentaje del FEES Utilizado en Gastos Laborales:** La Universidad desea que lo gastado en laboral no supere el 85 % del FEES asignado, de manera que pueda tener un excedente para inversión. Esta tercera condición quedaría expuesta de la siguiente manera:

$$85 \% \cdot \text{FEES}_t^{(3)} = \text{Gastos Laborales}_t.$$

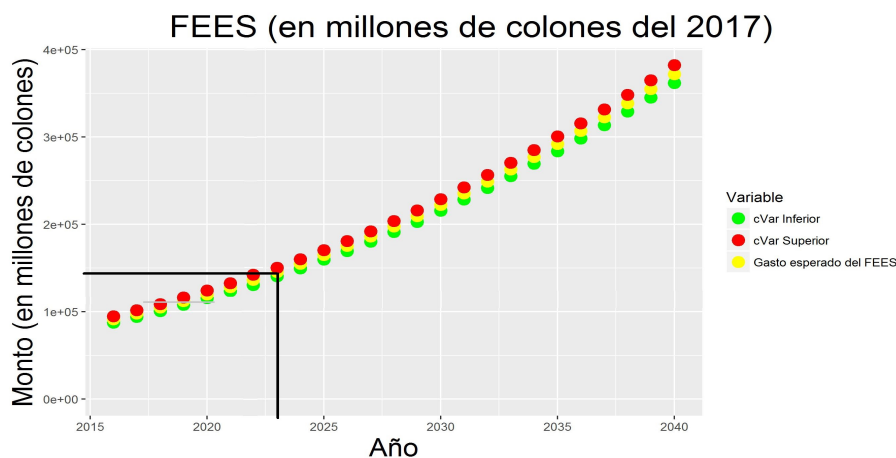
De acuerdo con esta definición, el FEES de equilibrio (en colones del 2017) sería el máximo de los tres anteriores, es decir,

$$\text{FEES de Equilibrio}_t = \max \left\{ \text{FEES}_t^{(1)}; \text{FEES}_t^{(2)}; \text{FEES}_t^{(3)} \right\}.$$

Se presenta en el siguiente gráfico el FEES de equilibrio calculado, donde la línea negra que sobresale del gráfico es la correspondiente al momento crítico, utilizando como referencia la tabla de FEES

⁸En realidad es lo que no se gastó en ese año, pero queda como superávit del siguiente periodo contable.

presentada en la introducción. Dicho de otra forma, tomando como válida la tabla de futuros FEES (con los supuestos ahí esgrimidos), la Universidad Nacional no podrá hacerle frente a sus obligaciones con ese nivel de FEES, a partir del año 2023.



De cumplirse esta situación, la UNA se verá obligada a efectuar una de tres opciones:

- Negociar por una mayor participación del FEES, o un incremento superior al 1,5 % del PIB para la asignación de éste.
- Aumentar Ingresos Propios.
- Reducir Gastos.

Aclaremos que no es el fin de este estudio afirmar que la Universidad Nacional será insostenible a partir del 2023, pues en ningún momento la tabla de FEES de referencia es una proyección del FEES que se espera que exista. Factores como un incremento en la productividad del país, podrá derivar en un mayor crecimiento del PIB y por ende, conllevar a un FEES más elevado. Lo que este estudio brinda es una guía de los FEES que deberían estar recibiendo durante los siguientes 25 años para poder ser sostenibles, dada su estructura de gastos e ingresos (propios).

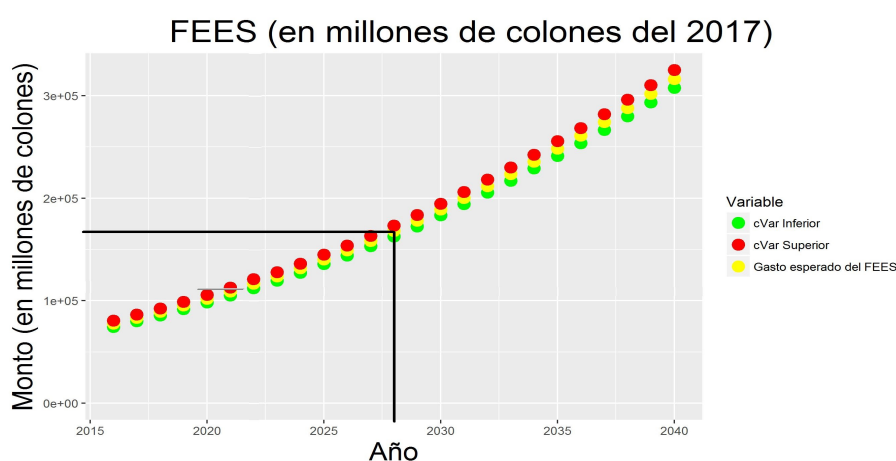
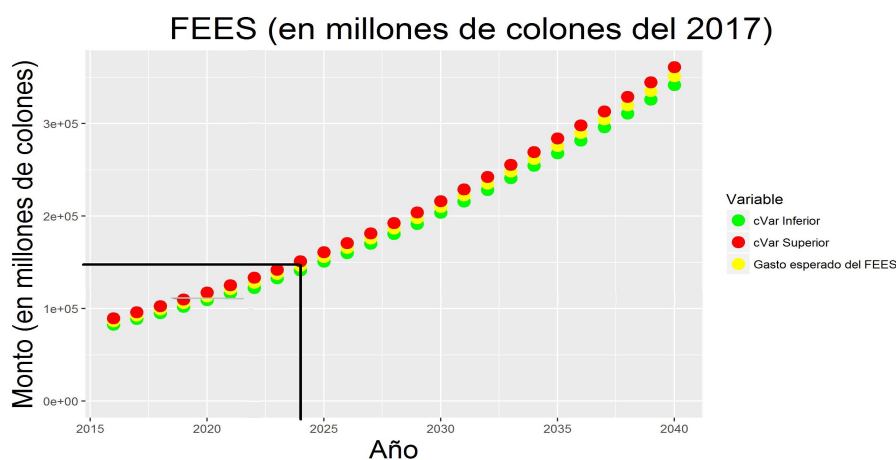
Se hace notar que por la baja volatilidad de los gastos y los ingresos de la UNA, los escenarios alto y bajo no distan mucho del valor esperado. Tanto así que el momento crítico para el escenario alto es el 2024, y para el bajo es el 2022.

Escenarios Alternativos

Podríamos intentar evaluar el impacto en el momento crítico ante variaciones del porcentaje del FEES que se permite gastar en laboral.

Se presentan los siguientes gráficos que muestran dos porcentajes alternativos, el primero al 90 % del FEES y el segundo al 100 % del FEES (asignado íntegramente en gastos laborales).

El primer escenario posee como momento crítico el 2024, lo cual no hace mucha diferencia. En el escenario extremo de que se permita dedicar todo el FEES en salarios, el momento crítico llegaría en el 2028, lo cual tampoco resulta en una opción viable a largo plazo.



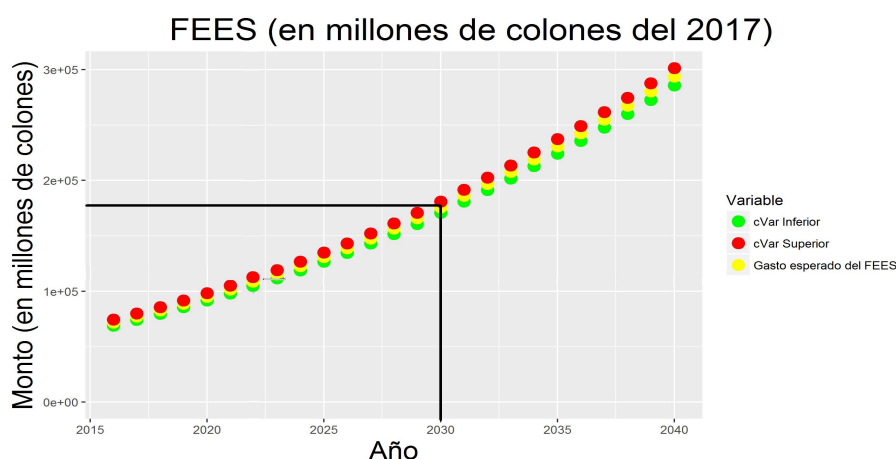
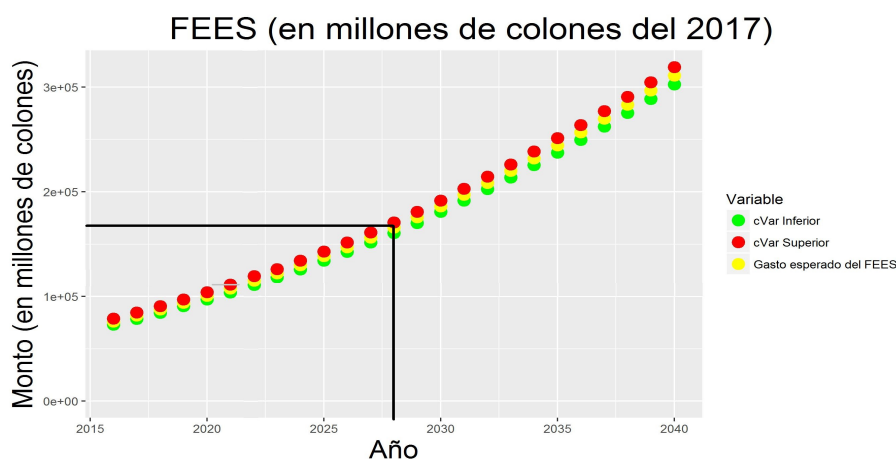
¿Se Corrige el Desequilibrio Financiero con los Pluses Salariales?

Un cuestionamiento básico que debemos hacernos consiste en preguntarnos lo siguiente:

¿Podría corregirse este desequilibrio modificando los pluses salariales?

Para analizar esta situación, se plantea un caso hipotético (hasta imposible pues la ley no es retroactiva) donde se pueda cuantificar el efecto de una reducción en los pluses salariales. Para ello se asumió que es posible reducir todos los pluses salariales a la mitad, pero no solo para los años venideros, sino que la reducción se hace retroactivamente, es decir, si a todos los empleados se les pagara la mitad de todas las anualidades acumuladas, la mitad de la prohibición, de la dedicación exclusiva, y en general, de todos los pluses salariales, *¿desaparecería el momento crítico?*

Lastimosamente no se resuelve el problema de desequilibrio financiero, y el efecto no es superior a permitir que se gaste el 100 % del FEES en laboral, esto por cuanto el momento crítico se traslada del año 2023 al 2028 (primer gráfico). Incluso, si se emplea un doble cambio, reduciendo a la mitad (retroactivamente) los pluses salariales de todos los empleados, y permitiendo que el 90 % del FEES sea destinado en gastos laborales, el momento crítico se traslada hasta el año 2030 (segundo gráfico).



NOTA: Solo estamos concluyendo que reducir los pluses salariales no tendrán un impacto relevante en la situación de insostenibilidad de la UNA, la cual es causada por la estructura demográfica (nuevas contrataciones y bajas tasas de jubilación) que presenta esta institución. **No significa** que los pluses salariales no sean un problema para la institución, pues factores como anualidades sin tope claramente incentiva la permanencia de trabajadores con más de 50 años, lo cual **sí** es parte del problema estructural. **Tampoco significa** que dichos beneficios laborales sean un problema, ya que no se compararon alternativas como “salario único”, por lo que no podemos cuantificar el impacto ante estos cambios, que podrían conllevar perfectamente a una situación financiera más desfavorable (dado el incremento de gastos que dicha medida genera en el corto plazo).

Parte III

Conclusiones y Recomendaciones

Queda demostrado que el problema de sostenibilidad de la UNA, asumiendo como cierta la tabla presentada en la introducción, es uno de crecimiento poblacional, y no de permisividad en el uso del FEES para pagar salarios, ni se corrige modificando los pluses salariales. El problema radica en el aumento desproporcionado de los administrativos, así como en la negativa de los empleados en edad de jubilación para acogerse a ese derecho.

En vista de estos hechos, se proponen las siguientes recomendaciones para garantizar la sostenibilidad de la Universidad Nacional en el largo plazo:

- **Bases de Datos Válidas:** Es definitivamente imperioso que la UNA cuente con bases de planillas de calidad, donde no se presenten yerros como los observados por nuestro equipo a lo largo de la confección de este informe. En la base de datos inicial, se presentaban pagos exorbitantes que en realidad nunca existieron, pero quedaron registrados así. Un primer paso para garantizar la salud financiera de esta institución radica en la capacidad de poder hacer análisis certeros y confiables, para lo cual la materia prima (primordial) es una base de datos validada. Es importante enfatizar que los datos de planillas estaban inflados por más 15 mil millones de colones, producto de los factores explicado anteriormente. Se recomienda a la UNA que invierta recursos en depurar estas bases de datos tan importantes, así como en la producción (o compra) de sistemas informáticos que preserven el orden y la integridad de los mismos, así como su veracidad.
- **Estudio de Eficiencia:** Es necesario un estudio de personal, abarcando todas las áreas de la universidad, para evaluar la idoneidad de los administrativos ahí presentes, buscando verificar que los puestos creados durante este periodo de bonanza están bien justificados, y que el elevado incremento en gastos por efecto de trabajadores administrativos, fueron realmente producto de una necesidad real de la institución. Dicho estudio también podría presentar argumentos objetivos y técnicos para justificar el otorgamiento de pluses salariales como la “dedicación exclusiva”, “prohibición”, o “disponibilidad”, que hoy en día podrían estarse brindando sin una justificación válida. Además, se podrían encontrar funcionarios que están siendo asignados a trabajos innecesarios, y cuya preparación podría llevar a una mayor productividad en otras áreas de la universidad, así como evitar la contratación innecesaria de personas en los casos en los que la simple reasignación de personal conlleve a la satisfacción de la necesidad existente.
- **Corrección de Incentivos de Pensión:** Dada la coyuntura actual, donde las personas pertenecientes a los regímenes del IVM y de Reparto se niegan a hacer uso de su derecho de jubilación, resulta viable considerar la posibilidad de incluir dentro del presupuesto universitario un rubro por pago de complemento de pensión. Dicho pago puede ser financiado a lo interno por medio de un sistema colectivo de pensiones, donde los trabajadores “cotizan” obligatoriamente un porcentaje de su salario para este complemento, el cual se usaría para financiar los complementos de pensión en curso. Otra opción podría ser que se creara un fondo solidario con carga al presupuesto universitario, y del cual se financiarían estos complementos de pensión. La idea sería lograr que los empleados que hoy tiene muchas anualidades y demás pluses, alcancen una pensión lo suficientemente elevada como para verse motivados

a jubilarse. El monto de complemento debe ser bien escogido, buscando que el incentivo de jubilación exista, pero dejando suficiente dinero como para poder contratar a un académico o administrativo más joven y por un monto muy inferior. Por ejemplo, si un trabajador hoy recibe 4 millones de colones, y su pensión máxima es de 1,5 millones de colones, entonces se le puede ofrecer hasta un millón de colones al mes como complemento de pensión, logrando que él esté dispuesto a acogerse a su jubilación con una pensión de 2,5 millones de colones (1,5 millones pagados por el IVM y 1 millón pagado por la UNA), dejando 3 millones de colones libres (respecto a lo que se pagaba antes) para utilizarlo en empleados jóvenes cuyo salario es inferior al millón o millón y medio (generando así un ahorro para la universidad que podría utilizarse para el fondo solidario que financiará complementos de pensión futuras). Paralelamente, se deberían analizar aquellos factores que promueven el aumento salarial para personas en este rango de edades, buscando moderar aquellas que podrían no ser justificadas. Se podría considerar la posibilidad de fijar un techo para las anualidades, tomando en cuenta que personas dentro de estas edades son, en general, financieramente estables, con hijos mayores de edad, y por ende, sus requerimientos salariales podrían estar cubiertos con sus niveles salariales actuales, siendo innecesarios los aumentos por concepto de “anualidad”.

Aunado a estas medidas, se proponen las siguientes acciones a evaluar por parte de la administración (tanto en lo legal como en lo práctico), las cuales van dirigidas a una mejora de la asignación y/o administración de los recursos públicos, así como conocer la situación financiera de la Universidad Nacional una vez implementados los cambios que eviten la crisis financiera inmediata de dicha institución.

- **Actualización del Estudio de Sostenibilidad:** Una vez corregidos los procesos que están conllevando a la crisis financiera (altas tasas de contratación y bajas tasas de jubilación), es imperativo rehacer el estudio de sostenibilidad, para verificar que los mecanismos empleados en efecto han corregido el problema de sostenibilidad financiera. Es importante que dicho estudio incluya un análisis profundo de los pluses salariales, especialmente si la situación demográfica fue corregida, esto con el fin de tener una visión clara sobre la sostenibilidad o insostenibilidad de los pluses salariales, pero bajo argumentos técnicos y objetivos. En dicho estudio se deben comparar alternativas, y concluir cuál sería el mejor sistema a emplear, así como su impacto tanto en las finanzas institucionales como en la calidad de vida que de la que gozan los funcionarios universitarios. Esta implementación debe ser integral, y no basarse únicamente en la minimización de costos, pues la dignidad financiera de los trabajadores universitarios debe permanecer, al tiempo que se eliminan el derroche y los abusos.
- **Movilidad Laboral:** De acuerdo a lo hablado con los expertos de la UNA, parece ser que ya existen incentivos para que los empleados avancen en los puestos universitarios. Sin embargo, no está de más reafirmar la importancia de esto dentro de la salud financiera de la institución. Si los empleados que ingresan a puestos bajos (usualmente ocupado por personas jóvenes), permanecen en esos puestos, dada la estructura de anualidades de la UNA, con el tiempo se les estará pagando mucho por un trabajo no especializado. En cambio, si se le permite a estos “jóvenes” profesionalizarse y avanzar, las anualidades irán acorde con el aumento en la productividad de éstos empleados, logrando así que los recursos públicos sean bien utilizados.

- **Fondo de Cesantía:** A lo largo de la confección de este estudio actuarial, notamos que la UNA, en forma previsor y visionaria, decidió crear un fondo que sirva para hacerle frente a los gastos de cesantía en caso de rompimiento laboral con los empleados, aportando un 4% del salario del empleado cada mes. Sin embargo, dicho fondo no capitaliza sus reservas, pues paga a sus empleados los montos correspondientes a los intereses generados por estos aportes, como si este fondo fuera de ahorro anual, en lugar de un fondo previsor para la cesantía. Esto genera que el monto nominal sea constante a lo largo del tiempo, pero su valor real se reduce cada año que pasa (valor del dinero en el tiempo). Para la UNA esto se traduce en un doble gasto, pues debe cubrir esa pérdida de valor real del dinero, representando casi 1.200 millones de colones al año (en colones del 2017). Se recomienda revisar este fondo, su concepto y su misión dentro de la universidad, para que se redefina como un “Fondo de Capitalización de Cesantía”, y se logre de este modo, cumplir con el cometido por el cual fue creado. Es importante que los empleados de la UNA comprendan que esto **no** es un ahorro anual (del mismo modo que el fondo de pensión tampoco lo es), sino que es un fondo para que la UNA le pueda hacer frente a posibles despidos y/o renunciaciones de sus empleados.

Bibliografía

- [1] Estados Financieros (2004-2015). *Ingresos y gastos por tipo de recursos 13042016.xlsx*.
- [2] Planillas Mensuales (2004-2015).
- [3] Distribución del FEES (2004-2013). *FEES ingresado y gastado por diferentes fondos.xlsx*.
- [4] Proyección de Alquileres (2016-2019). *ALQUILERES 2016-2019 (Actualización 2016).xlsx*.
- [5] Escalas Salariales (2004-2015).
- [6] Planillas Mensuales (2004-2015).
- [7] Tabla homologacion2007-1.pdf
- [8] Documento de Respuesta al Oficio CIMPA-028-2015 (2015). *DCTO. RESPUESTA A OFIC. CIMPA - 028-2015 Respuesta Financiero.docx*.
- [9] Ronny Hernández (2015). *Respuesta estudio actuarial.docx*.
- [10] Oficio UNA-PGF-SP-OFIC-766-2015 (2015). *PGF-SP-766 contesta CIMPA-285 FINAL1.docx*.
- [11] Oficio UNA-UCPI-OFIC-024-2016 (2016). *UNA-UCPI-OFIC-024-2016 respuesta oficio UNA-VADM-OFIC-035-2016.docx*.
- [12] Oficio UNA-PRODEMI-D-OFIC-156-2016 (2016). *UNA-PRODEMI-D-OFIC-156-2016 Aclaración alquileres y partida obras.pdf*.
- [13] J. Barquero, E. Calvo, M. Ortiz, I. Quesada, C. Valverde, V. Wachong (2006). *Libro Financiamiento de la Educación Superior: Antecedentes y Tendencias en el Contexto Nacional e Internacional*. Editorial UCR, Costa Rica.
- [14] O. Rodríguez (2010). *Un Modelo para el Fondo Especial para la Educación*. Revista Electrónica, INIE, Costa Rica.

Parte IV

ANEXO: Modelación Matemática

0.7. Regresiones Lineales

Sea X_t el valor de una cuenta en el momento t , y sean $\{t_1, \dots, t_N\}$ los tiempos observados de la misma. De esta manera, $\widehat{X}_t = m_X \cdot t + b_X$ es la regresión lineal simple (i.e. tendencia/nivel) de X_t . Ante la escasez de datos, se asume que las series temporales de las distintas cuentas son (probabilísticamente) independientes, además, la información faltante estará siendo capturada por un ruido blanco $\epsilon \stackrel{d}{=} \mathcal{N}(0, 1)$.

0.7.1. Cuentas Lineales

Para las cuentas con comportamiento claramente lineal respecto al tiempo, los pocos datos son suficientes como para estimar correctamente su dos primeros momentos. No se incluyen aquellas cuentas que tengan comportamiento lineal, pero que su naturaleza sea la acumulación de cuentas heterogéneas.

Ajuste de σ_X^2

Se sabe que un estimador insesgado del error cuadrático medio de la regresión es $\widehat{\sigma}_X^2$ (independiente del tiempo), definido por

$$\widehat{\sigma}_X^2 = \frac{1}{N-2} \sum_{k=1}^N (X_{t_k} - \widehat{X}_{t_k})^2,$$

De esta manera, las cuentas lineales se proyectarán utilizando la siguiente serie para $t > 2015$:

$$\widetilde{X}_t = \widehat{X}_t + \widehat{\sigma}_X \cdot \epsilon.$$

0.7.2. Cuentas “Ruido”

Existen cuentas en los estados financieros, que por su naturaleza (como cuentas comodín, aquellas compuestas por distintas subcuentas con naturaleza heterogéneas, etc) son altamente impredecibles, que aunado a la escasez de datos, nos imposibilita proyectarlas con un intervalo de confianza pequeño. De esta manera, y por la falta de información que permita predecir dichas series con alto grado de exactitud, nos obliga a incluir un ajuste en el factor de ruido de la misma, que capture este faltante de precisión.

Utilizando los factores de descuento $D(t, 2015)$ (la inflación experimentada por el país desde el año t hasta el final del año 2015), obtenemos los valores presentes (al año 2015) de la cuenta ($VP_X(t) = X_t \cdot D(t, 2015)$) y de la regresión ($VP_{\widehat{X}}(t) = \widehat{X}_t \cdot D(t, 2015)$).

Suponga que tenemos M cuentas “ruido” $\{X^{(1)}, \dots, X^{(M)}\}$, donde la i -ésima cuenta posee N_i observaciones, esto es, $\{X_{t_1}^{(i)}, \dots, X_{t_{N_i}}^{(i)}\}$. Sea $\overline{VP}_{X^{(i)}}$ el promedio observado de la i -ésima cuenta en valor presente, es decir

$$\overline{VP}_{X^{(i)}} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N_i} VP_{X^{(i)}}(t_k) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N_i} X_{t_k}^{(i)} \cdot \sum_{k=1}^{N_i} \omega_k \cdot D(t_k, 2015) = \overline{X}^{(i)} \cdot \overline{D}_\omega,$$

donde $\omega_k := \frac{X^{(i)}(t_k)}{\sum_{j=1}^{N_i} X^{(i)}(t_j)}$. Se nota entonces, que el promedio $\overline{VP_{X^{(i)}}}$ es en realidad el promedio de la serie $\overline{X^{(i)}} := \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N_i} X^{(i)}(t_k)$, multiplicado por un factor de descuento $\overline{D}_\omega := \sum_{k=1}^{N_i} \omega_k \cdot D(t_k, 2015)$ promedio (ponderado por los pesos ω_k) de factores de descuento. Denote a dicho promedio por

$$\overline{VP_{\overline{X^{(i)}}}} := \overline{VP_{X^{(i)}}} = \overline{X^{(i)}} \cdot \overline{D}_\omega.$$

Como se requieren muchos datos para ajustar correctamente estas cuentas (con alta volatilidad), se asume que una vez niveladas, todas las cuentas “ruido” son idénticamente distribuidas, es decir,

$$\frac{VP_{X^{(i)}}(t_j) - VP_{\widehat{X}^{(i)}}(t_j)}{\overline{VP_{\overline{X^{(i)}}}}} \stackrel{d}{=} \mathcal{N}(0, \sigma^2),$$

para todo $j = 1, \dots, N_i$ y todo $i = 1, \dots, M$.

Ajuste de σ_X^2

La varianza de la serie nivelada puede ser estimada (insesgadamente) por

$$\widehat{\sigma}^2 = \frac{1}{\sum_{i=1}^M (N_i - 1)} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^{N_i} \left(\frac{VP_{X^{(i)}}(t_j) - VP_{\widehat{X}^{(i)}}(t_j)}{\overline{VP_{\overline{X^{(i)}}}}} \right)^2 = \sum_{i=1}^M \omega_i \left(\frac{\widetilde{\sigma}_{X^{(i)}}^2}{\overline{VP_{\overline{X^{(i)}}}^2}} \right)^2,$$

donde $\omega_i = \frac{N_i - 1}{\sum_{j=1}^M (N_j - 1)}$, y $\widetilde{\sigma}_{X^{(i)}}^2 := \frac{1}{N_i - 1} \sum_{k=1}^{N_i} (VP_{X^{(i)}}(t_k) - VP_{\widehat{X}^{(i)}}(t_k))^2$ (estimador insesgado de la varianza de $X^{(i)}$). Se observa que el estimador de la varianza “ruido” $\widehat{\sigma}^2$ es un promedio (ponderado por ω_i) de los estimadores de las varianzas $\widetilde{\sigma}_{X^{(i)}}^2$ niveladas por $\overline{VP_{\overline{X^{(i)}}}^2}$.

Nótese que para $t > 2015$, $\frac{1}{D(t, 2015)} = D(2015, t) = (1 + 3,88\%)^{t-2015}$, ya que 3,88% es la inflación promedio observada (después del cambio estructural provocado por la transición al esquema de “metas de inflación” efectuada por parte del BCCR en el 2009). Una vez estimada $\widehat{\sigma}^2$, se toma como varianza de $X^{(i)}$ al valor dado por

$$\widehat{\sigma}_{X^{(i)}}^2(t) = \frac{\overline{VP_{\overline{X^{(i)}}}^2} \widehat{\sigma}^2}{D(t, 2015)} = \overline{VP_{\overline{X^{(i)}}}^2} \widehat{\sigma}^2 (1 + 3,88\%)^{t-2015}, \quad (\text{dependiente del tiempo}).$$

De esta manera, se propone proyectar, para $t > 2015$:

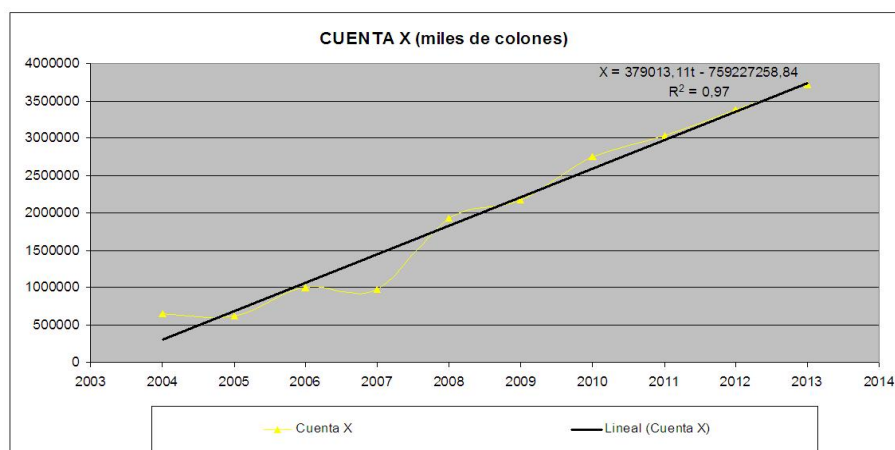
$$\widetilde{X}_t^{(i)} = \widehat{X}_t^{(i)} + \widehat{\sigma}_{X^{(i)}} \cdot \epsilon = (m_{X^{(i)}} \cdot t + b_{X^{(i)}}) + \overline{VP_{\overline{X^{(i)}}} \widehat{\sigma} (1 + 3,88\%)^{\frac{t-2015}{2}} \cdot \epsilon; \quad i = 1, \dots, M.$$

0.7.3. Ejemplos

En la práctica nos hemos encontrados con cuatro situaciones que son tratadas de la siguiente manera:

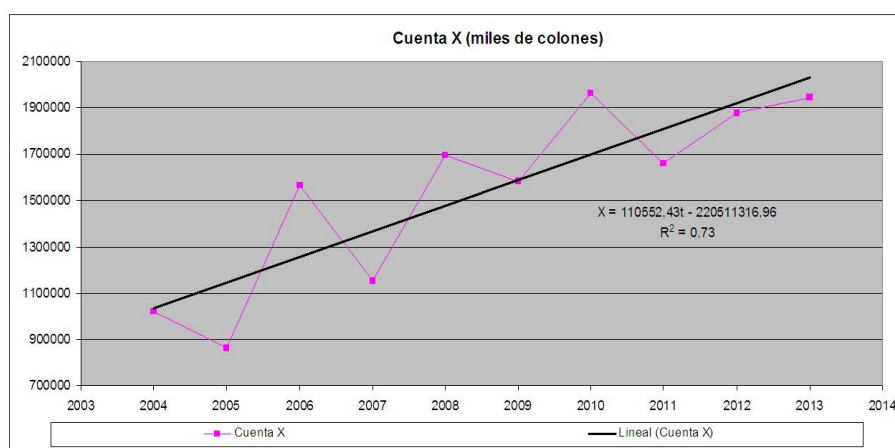
- **Cuentas Lineales:** Hay cuentas que poseen un comportamiento absolutamente lineal, por lo que la regresión lineal es perfecta para su proyección y no es necesario agregarle un factor de ruido a la serie.

Ejemplo: $\widehat{X}_t = 379.013.110t - 759.227.258.840$.



- **Cuentas Ruido:** Para cuentas que son muy heterogéneas, o “cuentas comodín”, apesar de que el ajuste lineal sea muy bueno, se agrega un ruido para corregir la falta de información.

Ejemplo: $\hat{X}_t = 110.552.430t - 220.511.316.960$.



- **Cuentas Promedio:** Existen cuentas en donde los montos fueron retenidos, y entregados de una sola vez en un solo año, lo que provoca que la varianza de la serie aumente de manera injustificada, pues el impacto no se debe a un comportamiento real de la serie, sino que fue algo coyuntural. Igualmente, existen cuentas que no poseen más de 6 o 5 datos, producto de cambios en categorías contables, en metodologías contables, o por modificaciones en la naturaleza de la serie. Para todos estos casos, no se cuenta con la información necesaria para poder hacer una proyección confiable de la misma, por lo que se opta por tomar el valor promedio observado (durante los años que sean comparables y homogéneos), pero haciéndolos crecer a una tasa fija, que usualmente será el proyectado de la inflación (después del 2009, en donde se aplican las metas de inflación), es decir, se intentará mantener el valor del gasto promedio observado durante los años en que la serie es homogénea y comparable.

Ejemplo: Suponga que el gasto promedio observado es de 50.000.000, entonces, con una inflación esperada de 3,88 %, el valor a futuro proyectado será

$$X_t = 50.000.000 \cdot (1 + 3,88\%)^{t-2015}.$$

- **Cuentas No-Proyectables:** Existen cuentas que son muy grandes, y que su comportamiento es tan esporádico, que en la ventana temporal de datos no encontramos suficiente información para proyectarla. Este tipo de cuentas están ligadas con préstamos y construcciones y mantenimiento de edificios, compra de terrenos, etc. Estos gastos no son anuales (en muchos años se mantienen en cero) y cuando aparecen, se contabilizan por monton muy elevados. Ante esta situación, proponemos no hacer proyecciones que pudieran conllevar a error de proyección (y modelación) considerables, por lo que para ellas solo se tomarán los datos conocidos hasta la fecha, en lugar de pronosticar futuros gastos por estos rubros.

0.7.4. Simulación de Montecarlo Series Lineales y Ruido - Algoritmo

Pseudocódigo:

- **Recibe:** Coeficientes lineales m_X y b_X , y volatilidades $\hat{\sigma}_X$.
- Genere un vector normal $\mathbf{Z} = (Z_1, \dots, Z_{25}) \stackrel{d}{=} \mathcal{N}(0, \text{Id})$
- Para $n = 1, \dots, 25$ (proyección para 25 años)
 - Para cada serie X (cuentas “ruido” y lineales),
 - $\tilde{X}_{2015+n} = (m_X \cdot (2015 + n) + b_X) + \hat{\sigma}_X(n) \cdot Z_n$
- **Devuelve:** Las proyecciones de las cuentas ruido para los siguientes 25 años.

Se repite este proceo 10.000 veces para la cuentas “ruido” de Ingresos y Gastos (independiente una de la otra).⁹

0.8. Modelo de Cadenas de Markov

0.8.1. Preliminares

Lema 1 Si D_i son disjuntos y $\mathbb{P}[C \mid D_i] = p$, independientemente de i , entonces $\mathbb{P}[C \mid \cup_i D_i] = p$.

Prueba.

$$\mathbb{P}[C \mid \cup_i D_i] = \frac{\mathbb{P}[C \cap \cup_i D_i]}{\mathbb{P}[\cup_i D_i]} = \frac{\sum_i \mathbb{P}[C \cap D_i]}{\mathbb{P}[\cup_k D_k]} = \frac{1}{\mathbb{P}[\cup_k D_k]} \sum_i \overbrace{\mathbb{P}[C \mid D_i]}^{= p} \mathbb{P}[D_i] = p \frac{1}{\mathbb{P}[\cup_k D_k]} \sum_i \overbrace{\mathbb{P}[D_i]}^{= \mathbb{P}[\cup_i D_i]} = p.$$

■

⁹Como se asume independencia entre las series, simplemente se suman sus medias y sus varianzas, y se simula una sola cuenta lineal agregada.

Lema 2 Si C_i son disjuntos, entonces $\mathbb{P}[\cup_i C_i \mid D] = \sum_i \mathbb{P}[C_i \mid D]$.

Prueba. Por aditividad contable de \mathbb{P} se tiene que

$$\mathbb{P}[\cup_i C_i \mid D] = \frac{\mathbb{P}[(\cup_i C_i) \cap D]}{\mathbb{P}[D]} = \frac{\mathbb{P}[\cup_i (C_i \cap D)]}{\mathbb{P}[D]} = \sum_i \frac{\mathbb{P}[C_i \cap D]}{\mathbb{P}[D]} = \sum_i \mathbb{P}[C_i \mid D].$$

■

Lema 3 Si E_i son disjuntos y $\cup_i E_i = \Omega$, entonces $\mathbb{P}[C \mid D] = \sum_i \mathbb{P}[E_i \mid D] \mathbb{P}[C \mid E_i \cap D]$.

Prueba. Note que

$$\mathbb{P}[E_i \mid D] \mathbb{P}[C \mid E_i \cap D] = \frac{\mathbb{P}[E_i \cap D]}{\mathbb{P}[D]} \cdot \frac{\mathbb{P}[C \cap E_i \cap D]}{\mathbb{P}[E_i \cap D]} = \mathbb{P}[C \cap E_i \mid D].$$

Como los $C \cap E_i$ son disjuntos, entonces por el Lema 2,

$$\sum_i \mathbb{P}[E_i \mid D] \mathbb{P}[C \mid E_i \cap D] = \sum_i \mathbb{P}[C \cap E_i \mid D] = \mathbb{P}[\cup_i (C \cap E_i) \mid D] = \mathbb{P}[C \cap (\cup_i E_i) \mid D] = \mathbb{P}[C \mid D].$$

■

0.8.2. Definición de los Estados

Se toman estados caracterizados por la tripleta $C \times E \times A$, representando “categoría laboral”, “edad” y “antigüedad”, respectivamente. Asumimos que existen N_C categorías laborales, i.e., $C = \{C^{(0)}, C^{(1)}, \dots, C^{(N_C)}\}$, donde $C^{(0)}$ es la categoría “no relacionado con la universidad” (ya sea por desempleo, no asignación a interinos, permisos, etc).

Definimos cinco grupos de edades,

$$E^{(0)} = [-7, 18) \cap \mathbb{Z}, \quad E^{(1)} = [18, 30) \cap \mathbb{N}, \quad E^{(2)} = [30, 40) \cap \mathbb{N}, \quad E^{(3)} = [40, 50) \cap \mathbb{N}, \quad \text{y} \quad E^{(4)} = [50, 100) \cap \mathbb{N},$$

tal que $E = \cup_{i=0}^4 E^{(i)}$; y cuatro grupos de antigüedades,

$$A^{(1)} = [0, 15) \cap \mathbb{N}, \quad A^{(2)} = [15, 30) \cap \mathbb{N}, \quad A^{(3)} = [30, 45) \cap \mathbb{N}, \quad \text{y} \quad A^{(4)} = [45, 60) \cap \mathbb{N},$$

tal que $A = \cup_{k=1}^4 A^{(k)}$.

Consideramos todas las características que definen el salario y demás pluses que influyen en el cómputo de las garantías sociales y otros gastos por parte de la universidad (como salario escolar, aguinaldo, seguro profesional, anualidad, etc). Sea S_i la i -ésima característica, i.e., $S_i := \{S_i^{(1)}, S_i^{(2)}, \dots, S_i^{(N_i)}\}$, donde $S_i^{(j)}$ es la j -ésima categoría de la i -ésima característica. Tomamos el vector $S = (S_1, S_2, \dots, S_{N_S})$ de dichas características,

0.8.3. Cadena de Markov

Considere, (X_n, Y_n, Z_n) la tripleta aleatoria de la cadena, donde X_n , Y_n y Z_n representan el estado “categoría”, “edad” y “antigüedad”, respectivamente, en el n -ésimo año. Aquí se está abusando del lenguaje, pues un año consiste de 12 meses, y en cada mes se podría observar una categoría diferente. Cuando se dice que $(X_n, Y_n, Z_n) = (c_n, e_n, a_n)$ se está diciendo que la categoría fue c_n , la edad e_n y la antigüedad a_n , en al menos un mes del n -ésimo año. Se asume que se cumple la propiedad de Markov, i.e., para $(c_k, e_k, a_k) \in C \times E \times A$, $k = 0, \dots, n$,

$$\begin{aligned} \mathbb{P}[(X_n, Y_n, Z_n) = (c_n, e_n, a_n) \mid (X_{n-1}, Y_{n-1}, Z_{n-1}) = (c_{n-1}, e_{n-1}, a_{n-1}), \dots, (X_0, Y_0, Z_0) = (c_0, e_0, a_0)] \\ = \mathbb{P}[(X_n, Y_n, Z_n) = (c_n, e_n, a_n) \mid (X_{n-1}, Y_{n-1}, Z_{n-1}) = (c_{n-1}, e_{n-1}, a_{n-1})]. \end{aligned}$$

Como la cadena es homogénea, entonces

$$\begin{aligned} \mathbb{P}[(X_n, Y_n, Z_n) = (c_n, e_n, a_n) \mid (X_{n-1}, Y_{n-1}, Z_{n-1}) = (c_{n-1}, e_{n-1}, a_{n-1})] \\ = \mathbb{P}[(X_1, Y_1, Z_1) = (c_1, e_1, a_1) \mid (X_0, Y_0, Z_0) = (c_0, e_0, a_0)], \end{aligned}$$

para todo n .

Se nota además que

$$\begin{aligned} \mathbb{P}[(X_1, Y_1, Z_1) = (c_1, e_1, a_1) \mid (X_0, Y_0, Z_0) = (c_0, e_0, a_0)] \\ = \mathbb{P}[X_1 = c_1 \mid Y_1 = e_1, Z_1 = a_1, X_0 = c_0, Y_0 = e_0, Z_0 = a_0] \\ \times \mathbb{P}[Z_1 = a_1 \mid Y_1 = e_1, X_0 = c_0, Y_0 = e_0, Z_0 = a_0] \\ \times \mathbb{P}[Y_1 = e_1 \mid X_0 = c_0, Y_0 = e_0, Z_0 = a_0] \end{aligned}$$

Observaciones, hipótesis y cálculos:

- Asumimos que el incremento de la antigüedad es homogénea (identicamente distribuida); eso es, existe una variable aleatoria ξ con valores en $\{0, 1\}$ (que simboliza el haber trabajado durante un año o no haber sido contratado en dicho año), tal que $Z_1 - Z_0 \stackrel{d}{=} \xi$, para todo n .

$$\begin{aligned} \mathbb{P}[X_1 = c_1 \mid Y_1 = e_1, Z_1 = a_1, X_0 = c_0, Y_0 = e_0, Z_0 = a_0] \\ = \mathbb{P}[X_1 = c_1 \mid Y_1 = e_1, \xi = a_1 - a_0, X_0 = c_0, Y_0 = e_0, Z_0 = a_0] \end{aligned}$$

y

$$\begin{aligned} \mathbb{P}[Z_1 = a_1 \mid Y_1 = e_1, X_0 = c_0, Y_0 = e_0, Z_0 = a_0] \\ = \mathbb{P}[\xi = a_1 - a_0 \mid Y_1 = e_1, X_0 = c_0, Y_0 = e_0, Z_0 = a_0] \end{aligned}$$

- Nótese que si $e_1 \neq e_0 + 1$, entonces $\{Y_1 = e_1\} \cap \{Y_0 = e_0\} = \emptyset$. En este caso, tomando en cuenta que $\mathbb{P}[Y_1 = e_1 \mid X_0 = c_0, Y_0 = e_0, Z_0 = a_0] = 0$, no importaría si no se condiciona por $\{Y_1 = e_1\}$. Igualmente, si $e_1 = e_0 + 1$, entonces $\{Y_1 = e_1\} \cap \{Y_0 = e_0\} = \{Y_0 = e_0\}$. Y en el

segundo caso, condicionar por $\{Y_1 = e_1\} \cap \{Y_0 = e_0\}$ es lo mismo que condicionar solamente por $\{Y_0 = e_0\}$. En conclusión, se tiene que

$$\begin{aligned} \mathbb{P}[X_1 = c_1 \mid Y_1 = e_1, \xi = a_1 - a_0, X_0 = c_0, Y_0 = e_0, Z_0 = a_0] \\ = \mathbb{P}[X_1 = c_1 \mid \xi = a_1 - a_0, X_0 = c_0, Y_0 = e_0, Z_0 = a_0], \end{aligned}$$

y

$$\begin{aligned} \mathbb{P}[\xi = a_1 - a_0 \mid Y_1 = e_1, X_0 = c_0, Y_0 = e_0, Z_0 = a_0] \\ = \mathbb{P}[\xi = a_1 - a_0 \mid X_0 = c_0, Y_0 = e_0, Z_0 = a_0], \end{aligned}$$

siempre y cuando se multiplique el factor $\mathbb{P}[Y_1 = e_1 \mid X_0 = c_0, Y_0 = e_0, Z_0 = a_0]$. Aún más,

$$\mathbb{P}[Y_1 = e_1 \mid X_0 = c_0, Y_0 = e_0, Z_0 = a_0] = \begin{cases} 1 & \text{si } e_1 = e_0 + 1 \\ 0 & \text{si } e_1 \neq e_0 + 1 \end{cases}.$$

- Note que la probabilidad de estar en la categoría $c_1 \neq C^{(0)}$ dado que no fue contratado ($\xi = 0$) es 0 (no puede cambiar de categoría si no fue contratado). Del mismo modo, la probabilidad de irse a la categoría $C^{(0)}$ si no fue contratado es 1. Inversamente, si fue contratado ($\xi = 1$), entonces la probabilidad de pasar por la categoría $C^{(0)}$ sería 0, y solo podría pasar por a las otras categorías $\{C^{(1)}, \dots, C^{(N_C)}\}$. De este modo tenemos,

$$\begin{aligned} \mathbb{P}[X_1 = c_1 \mid \xi = a_1 - a_0, X_0 = c_0, Y_0 = e_0, Z_0 = a_0] \\ = \begin{cases} \mathbb{P}[X_1 = c_1 \mid X_0 = c_0, Y_0 = e_0, Z_0 = a_0] & \text{si } \xi = 1 \text{ y } c_1 \neq C^{(0)}, \\ 0 & \text{si } \xi = 1 \text{ y } c_1 = C^{(0)} \\ 1 & \text{si } \xi = 0 \text{ y } c_1 = C^{(0)} \\ 0 & \text{si } \xi = 0 \text{ y } c_1 \neq C^{(0)} \end{cases} \end{aligned}$$

- Se asume que la probabilidad de pasar de la categoría c_0 a la categoría c_1 , dado que fue contratado o no (ξ), $a_0 \in A_0 \in \{A^{(1)}, A^{(2)}, A^{(3)}, A^{(4)}\}$, y $e_0 \in E_0 \in \{E^{(0)}, E^{(1)}, E^{(2)}, E^{(3)}, E^{(4)}\}$, es la misma. Es decir, que la probabilidad de cambiar de categoría laboral solo se ve afectada cuando se pasa de grupos de edad y antigüedad. De la misma manera, $\mathbb{P}[\xi = \cdot \mid X_0 = c_0, Y_0 = e_0, Z_0 = a_0]$ no cambia para todo $a_0 \in A_0 \in \{A^{(1)}, A^{(2)}, A^{(3)}, A^{(4)}\}$, y $e_0 \in E_0 \in \{E^{(0)}, E^{(1)}, E^{(2)}, E^{(3)}, E^{(4)}\}$. Por el Lema 1, se concluye que

$$\mathbb{P}[X_1 = c_1 \mid \xi = a_1 - a_0, X_0 = c_0, Y_0 = e_0, Z_0 = a_0] = \mathbb{P}[X_1 = c_1 \mid \xi = a_1 - a_0, X_0 = c_0, Y_0 \in E_0, Z_0 \in A_0].$$

y

$$\mathbb{P}[\xi = a_1 - a_0 \mid X_0 = c_0, Y_0 = e_0, Z_0 = a_0] = \mathbb{P}[\xi = a_1 - a_0 \mid X_0 = c_0, Y_0 \in E_0, Z_0 \in A_0]$$

Denote

$$P^{E_0, A_0}(c_0, c_1) := \mathbb{P}[X_1 = c_1 \mid X_0 = c_0, Y_0 \in E_0, Z_0 \in A_0],$$

la probabilidad de transición entre las categorías $\{C^{(1)}, \dots, C^{(N_C)}\}$, dado los grupos de edad E_0 y de antigüedad A_0 . Igualmente, denote

$$Q^{E_0, A_0, c_0}(\cdot) := \mathbb{P}[\xi = \cdot \mid X_0 = c_0, Y_0 \in E_0, Z_0 \in A_0],$$

la probabilidad de que una persona en el grupo de edad E_0 , con antigüedad en el rango A_0 , dentro de la categoría c_0 , sea contratado al año siguiente. Nótese que $Q^{E_0, A_0, c_0}(r) = 0$ para todo $r \notin \{0, 1\}$.

- Asuma que la transición entre las categorías $\{C^{(1)}, \dots, C^{(N_C)}\}$ (dado el grupo de edad y de antigüedad) dentro de un mismo año es una cadena de Markov en escala “mensual”. Es decir, sea \tilde{X}_m la variable que representa el estado de categoría en que se encuentra en el m -ésimo mes, y sea la probabilidad $\mathbb{P}^{E_0, A_0}[\cdot] = \mathbb{P}[\cdot \mid Y_0 \in E_0, Z_0 \in A_0]$, entonces,

$$\mathbb{P}^{E_0, A_0} \left[\tilde{X}_m = \tilde{c}_m \mid \tilde{X}_{m-1} = \tilde{c}_{m-1}, \dots, \tilde{X}_0 = \tilde{c}_0 \right] = \mathbb{P}^{E_0, A_0} \left[\tilde{X}_m = \tilde{c}_m \mid \tilde{X}_{m-1} = \tilde{c}_{m-1} \right].$$

- Se asume que los aumentos de edad suceden en enero de cada año, de manera que la probabilidad de cambiar de categoría mensualmente es la misma durante todo el año, i.e., la cadena \tilde{X}_m es homogénea para $1 \leq m \leq 12$. Denote

$$\tilde{P}^{E_0, A_0}(\tilde{c}_0, \tilde{c}_1) := \mathbb{P} \left[\tilde{X}_1 = \tilde{c}_1 \mid \tilde{X}_0 = \tilde{c}_0, Y_0 \in E_0, Z_0 \in A_0 \right],$$

la probabilidad de transición **mensual** entre categorías, dado los grupos de edad E_0 y antigüedad A_0 .

- Sea T el tiempo de parada (uniforme entre meses) donde se alcanza por primera vez una determinada categoría dentro de un año determinado. Como la tripleta (X_n, Y_n, Z_n) representa el estado de categoría, edad y antigüedad en el n -ésimo año, y de éstos solo la categoría cambia dentro de un mismo año, concluimos la siguiente relación,

$$\begin{aligned} P^{E_0, A_0}(c_0, c_1) &= \mathbb{P}[X_1 = c_1 \mid X_0 = c_0, Y_0 \in E_0, Z_0 \in A_0] = \mathbb{E}^T \left[\mathbb{P}^{E_0, A_0} \left[\tilde{X}_T = \tilde{c}_1 \mid \tilde{X}_0 = \tilde{c}_0, T \right] \right] \\ &= \sum_{t=1}^{12} \mathbb{P}^{E_0, A_0} \left[\tilde{X}_t = \tilde{c}_1 \mid \tilde{X}_0 = \tilde{c}_0 \right] \cdot \frac{1}{12}. \end{aligned}$$

Aún más, aplicando la propiedad de Markov junto con el Lema 3 (dado que $\cup_{\tilde{c}_i \in C} \{\tilde{X}_i = \tilde{c}_i\} = \Omega$) iteradamente, con la convención de que $c_t = c_1$,

$$\begin{aligned} P^{E_0, A_0}(c_0, c_1) &= \frac{1}{12} \sum_{t=1}^{12} \mathbb{P}^{E_0, A_0} \left[\tilde{X}_t = \tilde{c}_1 \mid \tilde{X}_0 = \tilde{c}_0 \right] \\ &= \frac{1}{12} \sum_{t=1}^{12} \sum_{\tilde{c}_1, \dots, \tilde{c}_{t-1} \in C} \prod_{l=1}^t \mathbb{P}^{E_0, A_0} \left[\tilde{X}_l = \tilde{c}_l \mid \tilde{X}_{l-1} = \tilde{c}_{l-1} \right] \\ &= \frac{1}{12} \sum_{t=1}^{12} \sum_{\tilde{c}_1, \dots, \tilde{c}_{t-1} \in C} \prod_{l=1}^t \tilde{P}^{E_0, A_0}(\tilde{c}_l, \tilde{c}_{l-1}). \end{aligned} \tag{1}$$

Tomando en cuenta lo anterior, se concluye que si $e_0 \in E_0$ y $a_0 \in A_0$, entonces

$$\begin{aligned} \mathbb{P}[(X_1, Y_1, Z_1) = (c_1, e_1, a_1) \mid (X_0, Y_0, Z_0) = (c_0, e_0, a_0)] \\ = \begin{cases} P^{E_0, A_0}(c_0, c_1) \cdot Q^{E_0, A_0, c_0}(1) \cdot \mathbf{1}_{\{e_1=e_0+1\}} & \text{si } a_1 - a_0 = 1 \text{ y } c_1 \neq C^{(0)}, \\ 0 & \text{si } a_1 - a_0 = 1 \text{ y } c_1 = C^{(0)} \\ Q^{E_0, A_0, c_0}(0) \cdot \mathbf{1}_{\{e_1=e_0+1\}} & \text{si } a_1 - a_0 = 0 \text{ y } c_1 = C^{(0)} \\ 0 & \text{si } a_1 - a_0 = 0 \text{ y } c_1 \neq C^{(0)}, \end{cases} \end{aligned} \quad (2)$$

con definido por $P^{E_0, A_0}(c_0, c_1)$ (1).

0.8.4. Distribución de (X_n, Y_n, Z_n)

Se define la distribución inicial π_{c_0, e_0, a_0} , para una tripleta $(c_0, e_0, a_0) \in C \times E \times A$, como la probabilidad de que un trabajador tenga categoría c_0 , edad e_0 y antigüedad a_0 en el año inicial.

Proposición 4 *La probabilidad de que un trabajador, después de un año, se encuentre en el estado $(c_1, e_1, a_1) \in C \times E \times A$, es decir, que al año siguiente un trabajador tenga e_1 años de edad, con antigüedad a_1 y en la categoría c_1 , vendría dado por*

$$\mathbb{P}[(X_1, Y_1, Z_1) = (c_1, e_1, a_1)] = \sum_{c_0 \in C} \left(P^{E_{e_1-1}, A_{a_1-\delta_{c_1}}}(c_0, c_1) \right)^{\delta_{c_1}} \cdot Q^{E_{e_1-1}, A_{a_1-\delta_{c_1}}, c_0}(\delta_{c_1}) \cdot \pi_{c_0, e_1-1, a_1-\delta_{c_1}}$$

donde $E_e \in \{E^{(0)}, E^{(1)}, E^{(2)}, E^{(3)}, E^{(4)}\}$ y $A_a \in \{A^{(1)}, A^{(2)}, A^{(3)}, A^{(4)}\}$ son tales que $e \in E_e$ y $a \in A_a$, y con

$$\delta_{c_1} = \begin{cases} 1 & \text{si } c_1 \neq C^{(0)} \\ 0 & \text{si } c_1 = C^{(0)} \end{cases}.$$

Prueba. Como $\bigcup_{c_0 \in C, e_0 \in E, a_0 \in A} \{(X_0, Y_0, Z_0) = (c_0, e_0, a_0)\} = \Omega$, entonces

$$\begin{aligned} \mathbb{P}[(X_1, Y_1, Z_1) = (c_1, e_1, a_1)] &= \mathbb{P} \left[\{(X_1, Y_1, Z_1) = (c_1, e_1, a_1)\} \cap \bigcup_{c_0 \in C, e_0 \in E, a_0 \in A} \{(X_0, Y_0, Z_0) = (c_0, e_0, a_0)\} \right] \\ &= \sum_{c_0 \in C, e_0 \in E, a_0 \in A} \mathbb{P}[(X_1, Y_1, Z_1) = (c_1, e_1, a_1) \mid (X_0, Y_0, Z_0) = (c_0, e_0, a_0)] \cdot \mathbb{P}[(X_0, Y_0, Z_0) = (c_0, e_0, a_0)] \\ &= \sum_{c_0 \in C, e_0 \in E, a_0 \in A} \mathbb{P}[(X_1, Y_1, Z_1) = (c_1, e_1, a_1) \mid (X_0, Y_0, Z_0) = (c_0, e_0, a_0)] \cdot \mathbf{1}_{\{e_1=e_0+1\}} \cdot \pi_{c_0, e_0, a_0} \\ &= \sum_{c_0 \in C, a_0 \in \{a_1-1, a_1\}} \mathbb{P}[(X_1, Y_1, Z_1) = (c_1, e_1, a_1) \mid (X_0, Y_0, Z_0) = (c_0, e_0, a_0)] \cdot \pi_{c_0, e_1-1, a_0} \\ &= \begin{cases} \sum_{c_0 \in C} Q^{E_{e_1-1}, A_{a_1}, c_0}(0) \cdot \pi_{c_0, e_1-1, a_1} & \text{si } c_1 = C^{(0)} \\ \sum_{c_0 \in C} P^{E_{e_1-1}, A_{a_1-1}}(c_0, c_1) \cdot Q^{E_{e_1-1}, A_{a_1-1}, c_0}(1) \cdot \pi_{c_0, e_1-1, a_1-1} & \text{si } c_1 \neq C^{(0)} \end{cases} \end{aligned}$$

■

Teorema 5 *La probabilidad de que un trabajador se encuentre en el estado $(c_n, e_n, a_n) \in C \times E \times A$ en el año n , es decir, que en n años un trabajador tenga e_n años de edad, con antigüedad a_n y en la categoría c_n , vendría dado por*

$$\begin{aligned} & \mathbb{P}[(X_n, Y_n, Z_n) = (c_n, e_n, a_n)] \\ &= \sum_{c_0, c_1, \dots, c_{n-1} \in C} \prod_{r=1}^n \left(P^{E_{e_n-r}, A_{a_n-\sum_{l=1}^r \delta_{c_{n+1-l}}} (c_{n-r}, c_{n+1-r})} \right)^{\delta_{c_{n+1-r}}} \cdot Q^{E_{e_n-r}, A_{a_n-\sum_{l=1}^r \delta_{c_{n+1-l}}}, c_{n-r}} (\delta_{c_{n+1-r}}) \\ & \quad \times \pi_{c_0, e_n-n, a_n-\sum_{l=0}^{n-1} \delta_{c_{l+1}}}. \end{aligned}$$

Prueba. Se probará por inducción:

El caso $n = 1$ es la Proposición 4.

Asuma que se cumple para $n - 1$, y se probará para n . Repitiendo los pasos de la prueba de la Proposición 4, pero tomando n en lugar de 1 y $n - 1$ en lugar de 0, se obtiene,

$$\begin{aligned} & \mathbb{P}[(X_n, Y_n, Z_n) = (c_n, e_n, a_n)] \tag{3} \\ &= \sum_{c_{n-1} \in C} \left(P^{E_{e_n-1}, A_{a_n-\delta_{c_n}}} (c_{n-1}, c_n) \right)^{\delta_{c_n}} \cdot Q^{E_{e_n-1}, A_{a_n-\delta_{c_n}}, c_{n-1}} (\delta_{c_n}) \\ & \quad \times \mathbb{P}[(X_{n-1}, Y_{n-1}, Z_{n-1}) = (c_{n-1}, e_n - 1, a_n - \delta_{c_n})]. \end{aligned}$$

Por hipótesis de inducción,

$$\begin{aligned} & \mathbb{P}[(X_{n-1}, Y_{n-1}, Z_{n-1}) = (c_{n-1}, e_{n-1}, a_{n-1})] \tag{4} \\ &= \sum_{c_0, c_1, \dots, c_{n-2} \in C} \prod_{r=1}^{n-1} \left(P^{E_{e_{n-1-r}}, A_{a_{n-1}-\sum_{l=1}^r \delta_{c_{n-l}}} (c_{n-1-r}, c_{n-r})} \right)^{\delta_{c_{n-r}}} \cdot Q^{E_{e_{n-1-r}}, A_{a_{n-1}-\sum_{l=1}^r \delta_{c_{n-l}}}, c_{n-1-r}} (\delta_{c_{n-r}}) \\ & \quad \times \pi_{c_0, e_{n-1}-(n-1), a_{n-1}-\sum_{l=0}^{n-2} \delta_{c_{l+1}}} \end{aligned}$$

Se sustituye 4 en 3, tomando en cuenta que $e_{n-1} = e_n - 1$ y $a_{n-1} = a_n - \delta_{c_n}$, y pasando el índice a $r - 1$, se concluye que

$$\begin{aligned} & \mathbb{P}[(X_n, Y_n, Z_n) = (c_n, e_n, a_n)] \\ &= \sum_{c_{n-1} \in C} \left(P^{E_{e_n-1}, A_{a_n-\delta_{c_n}}} (c_{n-1}, c_n) \right)^{\delta_{c_n}} \cdot Q^{E_{e_n-1}, A_{a_n-\delta_{c_n}}, c_{n-1}} (\delta_{c_n}) \\ & \quad \times \sum_{c_0, c_1, \dots, c_{n-2} \in C} \prod_{r=2}^n \left(P^{E_{e_n-r}, A_{a_n-\sum_{l=1}^r \delta_{c_{n+1-l}}} (c_{n-r}, c_{n+1-r})} \right)^{\delta_{c_{n+1-r}}} \cdot Q^{E_{e_n-r}, A_{a_n-\sum_{l=1}^r \delta_{c_{n+1-l}}}, c_{n-r}} (\delta_{c_{n+1-r}}) \\ & \quad \times \pi_{c_0, e_n-n, a_n-\sum_{l=0}^{n-1} \delta_{c_{l+1}}} \\ &= \sum_{c_0, c_1, \dots, c_{n-1} \in C} \prod_{r=1}^n \left(P^{E_{e_n-r}, A_{a_n-\sum_{l=1}^r \delta_{c_{n+1-l}}} (c_{n-r}, c_{n+1-r})} \right)^{\delta_{c_{n+1-r}}} \cdot Q^{E_{e_n-r}, A_{a_n-\sum_{l=1}^r \delta_{c_{n+1-l}}}, c_{n-r}} (\delta_{c_{n+1-r}}) \\ & \quad \times \pi_{c_0, e_n-n, a_n-\sum_{l=0}^{n-1} \delta_{c_{l+1}}}. \end{aligned}$$

■

Corolario 6 *La probabilidad de que un trabajador, en el año n , se encuentre en la categoría c_n , dentro de los rangos de “edad” y “antigüedad”, $E_n \in \{E^{(0)}, E^{(1)}, E^{(2)}, E^{(3)}, E^{(4)}\}$ y $A_n \in \{A^{(1)}, A^{(2)}, A^{(3)}, A^{(4)}\}$, respectivamente, sería*

$$\mathbb{P}[(X_n, Y_n, Z_n) \in \{c_n\} \times E_n \times A_n] = \sum_{\substack{e_n \in E_n \\ a_n \in A_n}} \mathbb{P}[(X_n, Y_n, Z_n) = (c_n, e_n, a_n)]$$

Corolario 7 *De una población inicial I_0 , la cantidad esperada de personas $\mathbb{E}[I_n^{c_n, E_n, A_n}]$, en la categoría $c_n \in C$, dentro de los rangos de edad y antigüedad, $E_n \in \{E^{(0)}, E^{(1)}, E^{(2)}, E^{(3)}, E^{(4)}\}$ y $A_n \in \{A^{(1)}, A^{(2)}, A^{(3)}, A^{(4)}\}$, respectivamente, para el n -ésimo año sería*

$$\mathbb{E}[I_n^{c_n, E_n, A_n}] = I_0 \cdot \mathbb{P}[(X_n, Y_n, Z_n) \in \{c_n\} \times E_n \times A_n].$$

0.8.5. Distribución de las Características

Sea $(W_1, W_2, \dots, W_{N_S})$ el vector aleatorio de características.

Hipótesis: Asumimos el vector aleatorio $(W_1, W_2, \dots, W_{N_S})$ es estacionario, por lo que podemos considerarlo independiente del tiempo. Aún más, se asume que, para $\{c_0\} \times E_0 \times A_0 \subset C \times E \times A$,

$$\begin{aligned} \mathbb{P}[W_i = S_i^{j_i}, i = 1, \dots, N_S / (X_n, Y_n, Z_n) \in \{c_0\} \times E_0 \times A_0] \\ = \mathbb{P}[W_i = S_i^{j_i}, i = 1, \dots, N_S / (X_0, Y_0, Z_0) \in \{c_0\} \times E_0 \times A_0] \end{aligned}$$

Defina la probabilidad estacionaria de la distribución de la población respecto a las características, como

$$R^{c_0, E_0, A_0}(S_1^{j_1}, \dots, S_{N_S}^{j_{N_S}}) := \mathbb{P}[W_i = S_i^{j_i}, i = 1, \dots, N_S / (X_0, Y_0, Z_0) \in \{c_0\} \times E_0 \times A_0] \quad (5)$$

Corolario 8 *De una población inicial I_0 , la cantidad esperada de personas $\mathbb{E}[I_n^{c_n, E_n, A_n}(S_1^{j_1}, \dots, S_{N_S}^{j_{N_S}})]$, en la categoría $c_n \in C$, dentro de los rangos de edad y antigüedad, $E_n \in \{E^{(0)}, E^{(1)}, E^{(2)}, E^{(3)}, E^{(4)}\}$ y $A_n \in \{A^{(1)}, A^{(2)}, A^{(3)}, A^{(4)}\}$, respectivamente, para el n -ésimo año, y con las características $S_i^{(j_i)}$, para $i = 1, \dots, N_S$, sería*

$$\mathbb{E}[I_n^{c_n, E_n, A_n}(S_1^{j_1}, \dots, S_{N_S}^{j_{N_S}})] = I_0 \cdot R^{c_n, E_n, A_n}(S_1^{j_1}, \dots, S_{N_S}^{j_{N_S}}) \cdot \mathbb{P}[(X_n, Y_n, Z_n) \in \{c_n\} \times E_n \times A_n].$$

0.8.6. Ajuste de Probabilidades

Se considera una base histórica donde cada trabajador es registrado mes a mes, con su categoría laboral, su edad, y su antigüedad; así como las características del mismo (base salarial, anualidades, dedicación exclusiva, etc).

Población Total/Reserva

Se toma una población total de 35200 personas, distribuídas de la siguiente manera:

- $N_m^{C^{(r)},e,a}$ es la cantidad de personas que en el mes m se encontraban en la categoría $C^{(r)}$, con e años de edad, y a años de antigüedad, para $r = 1, \dots, N_C$, y $e \in E$, $a \in A$.
- Se asume que existen 100 personas de edad $e \in [-7, 80]$, es decir, hay 400 personas con edad -7 años, 400 con edad -6 años, y así sucesivamente hasta llegar a 400 personas con edad 80 años. De este modo, el número de personas con edad e años que están en la categoría $C^{(0)}$ durante el mes m serían

$$N_m^{C^{(0)},e} = 400 - \sum_{r=1}^{N_C} \sum_{a=0}^{60} N_m^{C^{(r)},e,a}.$$

- Esta población “reserva” de e años de edad, que se encuentra en la categoría $C^{(0)}$, se distribuye uniformemente entre antigüedades, es decir, se divide la población $N_m^{C^{(0)},e}$ en $(\text{máx}\{e, 18\} - 17)$ partes iguales, y dicha cantidad correspondería a $N_m^{C^{(0)},e,a}$ con $0 \leq a < \text{máx}\{e, 18\} - 17$. Por el contrario, $N_m^{C^{(0)},e,a} = 0$ para $a \geq \text{máx}\{e, 18\} - 17$.

Distribución Inicial

Se utiliza la información brindada por la universidad a diciembre del 2015. Tomando ese año el año 0, se emplea la contabilización anterior (pero para todo el año), dejando $N_0^{C^{(r)},e,a}$ personas en la categoría $C^{(r)}$, con e años de edad, y a años de antigüedad. Tomamos la población total inicial como $I_0 = 35200$.

Se toma la distribución inicial de la población como

$$\pi_{c_0,e_0,a_0} = \frac{N_0^{c_0,e_0,a_0}}{I_0} = \frac{\text{Población de categoría } c_0, \text{ edad } e_0, \text{ y antigüedad } a_0}{\text{Población Total}},$$

para una tripleta $(c_0, e_0, a_0) \in C \times E \times A$.

Probabilidades de Transición Mensual

Se efectúa la contabilización anteriormente explicada, para cada uno de los meses observados, donde $m = -1$ es noviembre del 2015, $m = -2$ es octubre del 2015, y así sucesivamente, hasta llegar a $m = -143$ que correspondería a enero del 2004.

Para el m -ésimo mes, tome

$$N_m^{C^{(r)},E^{(i)},A^{(k)}} = \sum_{e \in E^{(i)}, a \in A^{(k)}} N_m^{C^{(r)},e,a},$$

como el número total de personas que estaban en la categoría $C^{(r)}$, con edad y antigüedad en los rangos $E^{(i)}$ y $A^{(k)}$, respectivamente, en el mes m .

Por otro lado, sea $N_m^{E^{(i)}, A^{(k)}}(C^{(r)}, C^{(l)})$, el número de trabajadores con edad y antigüedad en los rangos $E^{(i)}$ y $A^{(k)}$, respectivamente, que se encontraba en el mes m en la categoría $C^{(r)}$, después de un mes (en el mes $m + 1$), se encontraba en la categoría $C^{(l)}$.

La probabilidad de transición mensual del m -ésimo mes estaría dada por

$$\tilde{P}_m^{E^{(i)}, A^{(k)}}(C^{(r)}, C^{(l)}) = \frac{N_m^{E^{(i)}, A^{(k)}}(C^{(r)}, C^{(l)})}{N_m^{C^{(r)}, E^{(i)}, A^{(k)}} - N_m^{E^{(i)}, A^{(k)}}(C^{(r)}, C^{(0)})}.$$

El estimador de esta probabilidad sería

$$\tilde{P}^{E^{(i)}, A^{(k)}}(C^{(r)}, C^{(l)}) = \frac{1}{|M|} \sum_{m \in M}^{-1} \tilde{P}_m^{E^{(i)}, A^{(k)}}(C^{(r)}, C^{(l)}),$$

donde M es el conjunto de meses en donde existieron observaciones para estas categorías, y $|M|$ es el número de elementos que tiene M .

NOTA 1: Observe que se resta del denominador el número de personas que llegaron a $C^{(0)}$, esto debido a que las transiciones se cuentan solamente para aquellos movimientos dentro de la institución. Sin embargo, no hay restricción en que la persona pase de $C^{(0)}$ a una categoría laboral.

NOTA 2: También es posible ponderar las personas por sus jornadas, de modo que el aporte en la transición de cada empleado estaría condicionada por su jornada (a más horas de trabajo, mayor impacto en las transiciones).

Probabilidades de Transición Anual

Una vez estimadas las probabilidades de transición mensuales, se obtienen las anuales con la fórmula (1)

$$P^{E^{(i)}, A^{(k)}}(C^{(r)}, C^{(l)}) = \frac{1}{12} \sum_{t=1}^{12} \sum_{\tilde{c}_1, \dots, \tilde{c}_{t-1} \in C} \prod_{k=1}^t \tilde{P}^{E^{(i)}, A^{(k)}}(\tilde{c}_k, \tilde{c}_{k-1}),$$

con $\tilde{c}_0 = C^{(r)}$ y $\tilde{c}_t = C^{(l)}$.

Probabilidades de Contratación

Sea $N_n^{E^{(i)}, A^{(k)}, C^{(r)}}(1)$ el número de trabajadores de la categoría $C^{(r)}$, con edad y antigüedad en los rangos $E^{(i)}$ y $A^{(k)}$, respectivamente, que en el n -ésimo año fueron contratados, y $N_n^{E^{(i)}, A^{(k)}, C^{(r)}}(0)$ aquellos con las mismas características que no lo fueron. Se toma el 2014 como $n = -1$, el 2013 como $n = -2$ y así sucesivamente hasta llegar al 2004 que correspondería a $n = -12$.

Las probabilidades de contratación del n -ésimo año estarían dadas por

$$Q_n^{E^{(i)}, A^{(k)}, C^{(r)}}(l) = \frac{N_n^{E^{(i)}, A^{(k)}, C^{(r)}}(l)}{N_n^{E^{(i)}, A^{(k)}, C^{(r)}}(0) + N_n^{E^{(i)}, A^{(k)}, C^{(r)}}(1)}.$$

El estimador de esta probabilidad sería

$$Q^{E^{(i)}, A^{(k)}, C^{(r)}}(l) = \frac{1}{12} \sum_{n=-12}^{-1} Q_n^{E^{(i)}, A^{(k)}, C^{(r)}}(l).$$

Distribución de la Población por Características

Tomamos el dato $N_m^{C^{(r)}, E^{(i)}, A^{(k)}}$ del número total de personas que en el m -ésimo mes pertenecían a la categoría $C^{(r)}$, dentro del grupo de edad $E^{(i)}$ y rango de antigüedad $A^{(k)}$. De este grupo, obtenga el número $N_m^{C^{(r)}, E^{(i)}, A^{(k)}}(S_1^{j_1}, \dots, S_{N_S}^{j_{N_S}})$ de personas que tenían las características salariales $(S_1^{j_1}, \dots, S_{N_S}^{j_{N_S}})$, durante el mes m .

Utilizando la fórmula (5),

$$R_m^{C^{(r)}, E^{(i)}, A^{(k)}}(S_1^{j_1}, \dots, S_{N_S}^{j_{N_S}}) = \frac{N_m^{C^{(r)}, E^{(i)}, A^{(k)}}(S_1^{j_1}, \dots, S_{N_S}^{j_{N_S}})}{N_m^{C^{(r)}, E^{(i)}, A^{(k)}}}.$$

El estimador de esta probabilidad sería

$$R^{C^{(r)}, E^{(i)}, A^{(k)}}(S_1^{j_1}, \dots, S_{N_S}^{j_{N_S}}) = \frac{1}{120} \sum_{m=-143}^0 R_m^{C^{(r)}, E^{(i)}, A^{(k)}}(S_1^{j_1}, \dots, S_{N_S}^{j_{N_S}}).$$

0.8.7. Simulación de Montecarlo

Se desea proyectar la población utilizando una simulación de Montecarlo. Defina

$$P_{r,i,k}^n := \mathbb{P} \left[(X_n, Y_n, Z_n) \in \{C^{(r)}\} \times E^{(i)} \times A^{(k)} \right]; \quad \text{y} \quad R_{j_1, \dots, j_{N_S}}^{r,i,k} := R^{C^{(r)}, E^{(i)}, A^{(k)}}(S_1^{j_1}, \dots, S_{N_S}^{j_{N_S}}).$$

Ordene las probabilidades $P_{r,i,k}^n$ (ya calculadas) utilizando el “orden lexicográfico invertido” respecto a r, i, k , es decir, se ordena respecto a k primero, luego respecto a i , y finalmente respecto a r (ver gráfico 0.8.7):

$$\{P_{0,1,1}^n, P_{1,1,1}^n, \dots, P_{N_C,1,1}^n, P_{0,2,1}^n, \dots, P_{N_C,2,1}^n, \dots, P_{0,4,1}^n, \dots, P_{N_C,4,1}^n, P_{0,1,2}^n, \dots, P_{N_C,1,2}^n, \dots, P_{0,4,4}^n\}.$$

Se utiliza la misma lógica para ordenar las probabilidades $R_{j_1, \dots, j_{N_S}}^{r,i,k}$, respecto a j_1, \dots, j_{N_S} , ordenando primero por j_{N_S} , luego por j_{N_S-1} , y así sucesivamente hasta llegar a j_1 , para cada tripleta (r, i, k) .

Algoritmo

Pseudocódigo:

- **Recibe:** Probabilidades $P_{r,i,k}^n$ y $R_{j_1, \dots, j_{N_S}}^{r,i,k}$, y la población inicial I_0 .
- Inicie $I_1^{C^{(r)}, E^{(i)}, A^{(k)}} = 0, \dots, I_{25}^{C^{(r)}, E^{(i)}, A^{(k)}} = 0$, para todo r, i, k .

- Inicie $I_1^{C^{(r)}, E^{(i)}, A^{(k)}}(S_1^{j_1}, \dots, S_{N_S}^{j_{N_S}}) = 0, \dots, I_{25}^{C^{(r)}, E^{(i)}, A^{(k)}}(S_1^{j_1}, \dots, S_{N_S}^{j_{N_S}}) = 0$, para todo r, i, k y todo j_1, \dots, j_{N_S} .
- Para $n = 1, \dots, 25$ (proyección para 25 años)
 - Para el trabajador $1, 2, \dots, \text{Card}(I_0)$,

- Se generan $U \stackrel{d}{=} \text{Uniforme}[0, 1]$
- Encuentre $r^*(i, k) \in \{0, \dots, N_C\}$, $i^*(k), k^* \in \{1, 2, 3, 4\}$ tal que

$$U \leq \sum_{k=1}^{k^*} \sum_{i=1}^{i^*(k)} \sum_{r=0}^{r^*(i,k)} P_{r,i,k}^n,$$

es el primer momento en que la suma supera al valor U .¹⁰

- Sume un trabajador a la categoría $C^{(r^*(i^*(k^*), k^*))}$, con rango de edad $E^{(i^*(k^*))}$ y rango de antigüedad $A^{(k^*)}$, i.e.,

$$I_n^{C^{(r^*(i^*(k^*), k^*))}, E^{(i^*(k^*))}, A^{(k^*)}} = I_n^{C^{(r^*(i^*(k^*), k^*))}, E^{(i^*(k^*))}, A^{(k^*)}} + 1$$

- ◇ Se generan $V \stackrel{d}{=} \text{Uniforme}[0, 1]$
- ◇ Encuentre $j_1^*(j_2, \dots, j_{N_S}) \in \{0, \dots, N_1\}, \dots, j_{N_S-1}^*(j_{N_S}) \in \{0, \dots, N_{N_S-1}\}$ y $j_{N_S}^* \in \{0, \dots, N_{N_S}\}$ tal que

$$V \leq \sum_{j_{N_S}=1}^{j_{N_S-1}^*} \sum_{j_{N_S-1}=1}^{j_{N_S-1}^*} \dots \sum_{j_1=1}^{j_1^*(j_2, \dots, j_{N_S})} R_{j_1, \dots, j_{N_S}}^{r^*(i^*(k^*), k^*), i^*(k^*), k^*},$$

es el primer momento en que la suma supera al valor V .

- ◇ Sume un trabajador con características $S_1^{j_1^*(j_2^*, \dots, j_{N_S}^*)}, \dots, S_{N_S-1}^{j_{N_S-1}^*(j_{N_S}^*)}, S_{N_S}^{j_{N_S}^*}$, a la categoría $C^{(r^*(i^*(k^*), k^*))}$, con rango de edad $E^{(i^*(k^*))}$ y rango de antigüedad $A^{(k^*)}$, i.e.,

$$\begin{aligned} I_n^{C^{(r^*(i^*(k^*), k^*))}, E^{(i^*(k^*))}, A^{(k^*)}} \left(S_1^{j_1^*(j_2^*, \dots, j_{N_S}^*)}, \dots, S_{N_S}^{j_{N_S}^*} \right) \\ = I_n^{C^{(r^*(i^*(k^*), k^*))}, E^{(i^*(k^*))}, A^{(k^*)}} \left(S_1^{j_1^*(j_2^*, \dots, j_{N_S}^*)}, \dots, S_{N_S}^{j_{N_S}^*} \right) + 1 \end{aligned}$$

- **Devuelve:** La población para cada categoría, grupo de edad, rango de antigüedad, y cada año en el futuro, agregada y desagregada por características, para los siguientes 25 años.

Se repite este procedimiento unas 10.000 veces, para generar la distribución de probabilidad de la población.

El siguiente es un ejemplo de generación de las variables aleatorias en comparación con las respectivas probabilidades:

¹⁰Recuerde que la suma se lleva a cabo en el orden que presenta el gráfico 0.8.7.

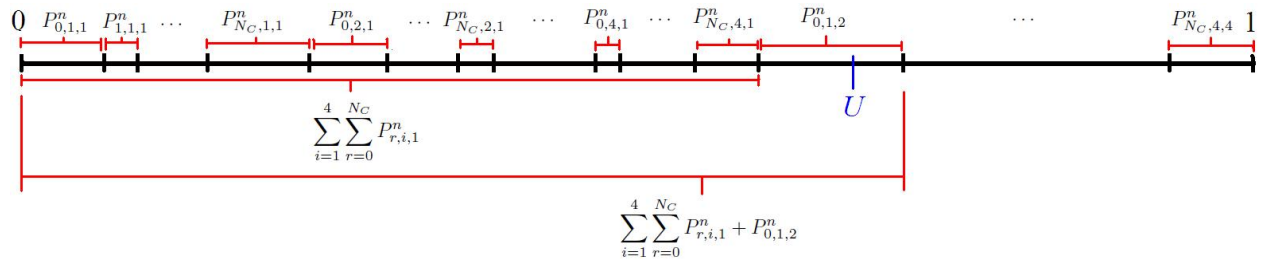


Figura 1: Ordenamiento de las probabilidades

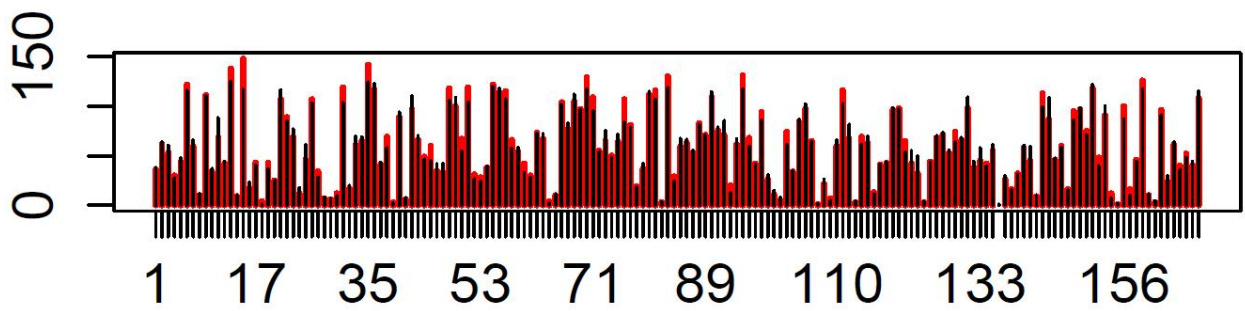


Figura 2: Histograma de la Generación (Rojo) Vs Probabilidad Estimadas (Negro)

0.8.8. Cálculo de Gastos por Remuneraciones

Una vez generadas las poblaciones $I_n^{C^{(r)}, E^{(i)}, A^{(k)}}(S_1^{j_1}, \dots, S_{N_S}^{j_{N_S}})$, para todos los años, categorías, rangos de edades y antigüedades, así como características de cada trabajador, es posible conocer el monto total gastado por la población con dichas características. El cálculo del salario de cada uno de los grupos de la población se haría de acuerdo a los valores de $S_i^{j_i}$.

Ejemplo: Tomemos un profesor para el cual se tienen los siguientes rubros, (se incluyen los montos de las garantías sociales).

Descripción	Monto (Colones)
Salario Base Docente	644 831
Porcentaje Categoría Académica	354 657
Anualidad	776 190
Escalafón Docente	119 939
Fondo Consolidado	18 854
Pasos Académicos	59 970
Reconocimiento por Elección	279 857
Magisterio	176 822
SEM	225 600
B Popular	12 195
F Capit Lab	73 168
Fon Pen Compl	36 584
Aguinaldo	203 235
Sal Escolar	184 627
JAFAP	60 973

Entonces, en el modelo para los individuos con estas características $S_i^{j_i}$ sería:

Como se observa de los datos, el costo total para la Universidad por este profesor es de 3 227 500 colones.

Asuma ahora que para $n = 2$,

$$I_2^{C^{(r)}, E^{(i)}, A^{(k)}}(S_1^{j_1}, \dots, S_{N_S}^{j_{N_S}}) = 30,$$

es decir, que dentro de 2 años habría 30 individuos en la categoría $C^{(r)}$, con rango de edad $E^{(i)}$, rango de antigüedad $A^{(k)}$, y con las características salariales de la tabla 1. Entonces, el gasto total para la Universidad por este grupo de personas será de 96 824 998 colones.

Se repite este proceso con todas las categorías, rangos de edad y rangos de antigüedad y características salariales para obtener el total gastado en todos los empleados de la respectiva Institución.

Al iterar estos cálculos para los 10.000 escenarios, en los 25 años del estudio, se logra obtener para cada uno de ellos, la distribución de probabilidades del gasto total en remuneraciones, con lo cual se pueden estimar indicadores de sostenibilidad.

S_i^{j1}	Descripción	Monto
S_1^{j1}	= Salario Base Docente	644 831
S_2^{j2}	= Porcentaje Categoría Académica	354 657
S_3^{j3}	= Anualidad	776 190
S_4^{j4}	= Escalafón Docente	119 939
S_5^{j5}	= Fondo Consolidado	18 854
S_6^{j6}	= Pasos Académicos	59 970
S_7^{j7}	= Reconocimiento por Elección	279 857
S_8^{j8}	= Magisterio	176 822
S_9^{j9}	= SEM	225 600
S_{10}^{j10}	= B Popular	12 195
S_{11}^{j11}	= F Capit Lab	73 168
S_{12}^{j12}	= Fon Pen Compl	36 584
S_{13}^{j13}	= Aguinaldo	203 235
S_{14}^{j14}	= Sal Escolar	184 627
S_{15}^{j15}	= JAFAP	60 973
TOTAL GASTADO		3 227 500

Cuadro 1: Características salariales

NOTA: El salario base se incrementará de acuerdo con la inflación estimada, es decir, con el factor $(1 + 3,88\%)^{t-2015}$.

0.9. Escenario Alto, Medio y Bajo: Rangos de Sostenibilidad

Noten que hasta el momento no se ha proyectado el FEES, puesto que esta variable depende del “Producto Interno Bruto” (PIB), una variable con una complejidad impresionante, por lo que intentar proyectarla de manera confiable, por un intervalo de 25 años, sería imposible con la información que se posee. Para mostrar un ejemplo de la complejidad de esta variable, el BCCR proyecta 2 años del PIB como máximo, pues estimar más que eso es muy difícil. Ante esta situación, se deja el FEES como variable desconocida, y lo que se resuelve es la siguiente incógnita:

“Cuál es el nivel del FEES que se necesitaría para que la situación de la Universidad sea sostenible?”

Con los procedimientos anteriores, se logran obtener 10.000 escenarios de posibles gastos e ingresos, respetando su comportamiento probabilístico observado. Si $G_t^{(m)}$ es el “Gasto Total” (total gastado en remuneraciones más lo proyectado en gastos de las cuentas de los estados financieros) para el m -ésimo escenario en el año $t > 2015$, y si $I_t^{(m)}$ es el “Ingreso Total sin FEES” (proyectado en ingresos de las cuentas de los estados financieros) para el m -ésimo escenario en el año $t > 2015$, entonces el “Balance Total sin FEES” para el año t es

$$BT_t^{(m)} = I_t^{(m)} - G_t^{(m)}.$$

Esta resta no es definida de la manera usual, y lo que representa es una resta condicionada, es decir, primero se restan los ingresos que son específicos de los gastos específicos, de manera que si hay un superávit, entonces se elimina del “balance total”, pero si hay un déficit, entonces se incorpora dentro del “balance total” puesto que dicho faltante debe ser cubierto por la universidad con los fondos propios.

Ordenando los 10.000 escenarios de $BT_t^{(m)}$ se obtiene la distribución de probabilidades de esta variable. Para definir los escenarios “Alto”, “Medio” y “Bajo”, se empleará el concepto de Valor en Riesgo Condicional con un nivel de confianza de α , es decir:

- **Escenario Alto:** Se toma el balance total BT_t^{alto} como el esperado dado que sucedió el mejor balance entre gastos e ingresos, con un α nivel de confianza, esto es

$$BT_t^{\text{alto}} = \mathbb{E}[BT_t \mid BT_t > \text{VaR}^+],$$

donde VaR^+ se define como el valor que satisface que $\mathbb{P}[BT_t > \text{VaR}^+] = \frac{\alpha}{2}$.

- **Escenario Medio:** Se toma el balance total BT_t^{medio} como el esperado, es decir

$$BT_t^{\text{medio}} = \mathbb{E}[BT_t].$$

- **Escenario Bajo:** Se toma el balance total BT_t^{bajo} como el esperado dado que sucedió el peor balance entre gastos e ingresos, con un α nivel de confianza, esto es

$$BT_t^{\text{bajo}} = \mathbb{E}[BT_t \mid BT_t < \text{VaR}^-],$$

donde VaR^- se define como el valor que satisface que $\mathbb{P}[BT_t < \text{VaR}^-] = \frac{\alpha}{2}$.

Para cada uno de estos escenarios, se calculan los intervalos de sostenibilidad/insostenibilidad del FEES para la institución.